Problemas de Sistemas de Ecuaciones

1. Disponemos de tres lingotes de distintas aleaciones de tres metales A, B y C. El primer lingote contiene 20 g del metal A, 20 g del B y 60 del C. El segundo contiene 10 g de A, 40 g de B y 50 g de C. El tercero contiene 20 g de A, 40 g de B y 40 g de C. Queremos elaborar, a partir de estos lingotes, uno nuevo que contenga 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C. ¿Cuántos gramos hay que coger de cada uno de los tres lingotes?

2. En una reunión hay 22 personas, entre hombres, mujeres y niños. El doble del número de mujeres más el triple del número de niños, es igual al doble del número de hombres. Si, además, se sabe que el número de hombres es el doble del de mujeres, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay?

3. Por un rotulador, un cuaderno y una carpeta se pagan 3,56 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que, el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20 % del precio del rotulador. Calcula los precios que marcaba cada una de las cosas, sabiendo que sobre esos precios se ha hecho el 10 % de descuento.

4. En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540 euros y el precio de cada helado es de 4 euros el de vainilla, 5 euros el de chocolate y 6 euros el de nata. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que entre helados de chocolate y de nata se han de comprar el 20 % más que de vainilla.
a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántos helados de cada sabor se compran a la semana.
b) Resuelve, mediante el método de Gauss, el sistema planteado en el apartado anterior.

5. Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos tipos necesitó la utilización de ciertas unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente. La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1 500 unidades de aluminio. Si la compañía utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó?

6. En una tienda, un cliente se ha gastado 150 euros en la compra de 12 artículos, entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 20 euros, cada libro 15 euros, y cada carpeta 5 euros. Se sabe que entre discos y carpetas hay el triple que de libros.
a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.
b) Determina cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

7. Dos kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 16,75 euros. Dos kilos de naranjas, más dos kilos de plátanos, más 3 de mangos, valen 25 euros. Tres kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 17,75 euros. ¿Cuánto vale 1 kilo de naranjas? ¿Cuánto vale 1 kilo de plátanos? ¿Cuánto vale 1 kilo de mangos?

8. Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27,28 y 32 dólares el barril, respectivamente. La factura total asciende a 16 346 000 dólares. Si del primer suministrador recibe el 30 % del total de petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

9. De un número de tres cifras se sabe que la suma de estas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198; y, si se intercambian las de la unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

10. Si la altura de Luis aumentase el triple de la diferencia entre la altura de Eusebio y de Pablo, Luis sería igual de alto que Pablo. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Eusebio es lo mismo que nueve veces la de Luis. Halla las tres alturas.

11. La suma de las tres cifras de un número es 6; y, si se intercambian la primera y la segunda, el número aumenta en 90 unidades. Finalmente, si se intercambian la segunda y la tercera, el número aumenta en 9 unidades. Calcula dicho número.

12. Un almacén distribuye cierto producto que fabrican tres marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 g y su precio es de 1 euro; la marca B lo envasa en cajas de 500 g a un precio de 180 céntimos de euro; y, la marca C, lo hace en cajas de 1 kg a un precio de 330 céntimos. El almacén vende a un cliente 2,5 kg de este producto por un importe de 8,9 euros. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, calcula cuántos envases de cada tipo se han comprado.

SOLUCIONES

Problema 1:

$$\begin{cases} x = \text{ gramos que hay que coger del primer lingote} \\ y = \text{ gramos que hay que coger del segundo lingote} \\ z = \text{ gramos que hay que coger del tercer lingote} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,2x + 0,1y + 0,2z = 15 \\ 0,2x + 0,4y + 0,4z = 35 \\ 0,6x + 0,5y + 0,4z = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 150 \\ 2x + 4y + 4z = 350 \\ 6x + 5y + 4z = 500 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (25,50,25)$$

Problema 2:

$$\begin{cases} x = \text{ número de hombres} \\ y = \text{ número de mujeres} \\ z = \text{ número de niños} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 22 \\ -2x + 2y + 3z = 0 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (12,6,4)$$

Problema 3:

$$\begin{cases} x = \text{ precio (sin descuesto) de un rotulador} \\ y = \text{ precio (sin descuesto) de un cuaderno} \\ z = \text{ precio (sin descuesto) de una carpeta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,9x + 0,9y + 0,9z = 3,56 \\ y = \dfrac{x}{2} \\ z = y + 0,2x \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (1{,}80\ ,\ 0{,}90\ ,\ 1{,}26)$$

Problema 4:

$$\begin{cases} x = \text{ número de helados de vainilla que se compran semanalmente} \\ y = \text{ número de helados de chocolate que se compran semanalmente} \\ z = \text{ número de helados de nata que se compran semanalmente} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 110 \\ 4x + 5y + 6z = 540 \\ y + z = 540 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (50,20,40)$$

Problema 5:

$$\begin{cases} x = \text{ número de sillas fabricadas} \\ x = \text{ número de mecedoras fabricadas} \\ z = \text{ número de sofás fabricados} \end{cases} \begin{cases} x + y + z = 400 \\ x + y + 2z = 600 \\ 2x + 3y + 5z = 1500 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (100,100,200)$$

Problema 6:

$$\begin{cases} x = \text{ número de discos} \\ y = \text{ número de libros} \\ z = \text{ número de carpetas} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=12 \\ 20x+15y+5z=150 \\ x-3y+z=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(4,3,5)$$

Problema 7:

$$\begin{cases} x = \text{ precio de 1 kg de naranjas} \\ y = \text{ precio de 1 kg de plátanos} \\ z = \text{ precio de 1 kg de mangos} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y+2z=16,75 \\ 2x+2y+3z=25 \\ 3x+y+2z=17,75 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(1\ ,\ 1{,}75\ ,\ 6{,}5)$$

Problema 8:

$$\begin{cases} x = \text{ número de barriles que compra al primer suministrador} \\ y = \text{ número de barriles que compra al segundo suministrador} \\ z = \text{número de barriles que compra al tercer suministrador} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=540\ 000 \\ 27x+28y+32z=16\ 346\ 000 \\ x=0,3\cdot 540\ 000 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(162\ 000\ ,\ 31\ 000\ ,\ 347\ 000)$$

Problema 9:

Si el número es $xyz \Rightarrow \begin{cases} x = \text{cifra de las centenas} \\ y = \text{cifra de las decenas} \\ z = \text{cifra de las unidades} \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ 100z+10y+x=(100x+10y+z)-198 \\ 100x+10z+y=(100x+10y+z)+36 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(7,1,5) \Rightarrow \text{El número es 715}$$

Problema 10:

$$\begin{cases} x = \text{ altura de Luis} \\ y = \text{ altura de Eusebio} \\ z = \text{ altura de Pablo} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3(y-z)=z \\ x+y+z=515 \\ 8y=9x \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(160,180,175)$$

Problema 11:

$$\begin{cases} x = \text{ primera cifra} \\ y = \text{ segunda cifra} \\ z = \text{ tercera cifra} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ 100y+10x+z=(100x+10y+z)+90 \\ 100x+10z+y=(100x+10y+z)+9 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(1,2,3)$$

El número es 123

Problema 12:

$$\begin{cases} x = \text{ número de envases que se han comprado de la marca A} \\ y = \text{ número de envases que se han comprado de la marca B} \\ z = \text{ número de envases que se han comprado de la marca C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=5 \text{ (cajas)} \\ 0,25x+0,5y+z=2,5 \text{ (kilos)} \Rightarrow (x,y,z)=(2,2,1) \\ x+1,8y+3,3z=8,9 \text{ (euros)} \end{cases}$$