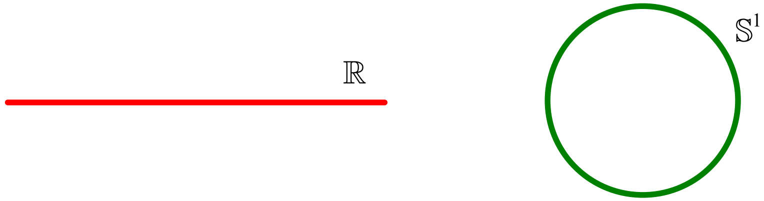
VARIEDADES TOPOLÓGICAS

Teorema de clasificación de variedades topológicas de dimensión 1

Las únicas variedades topológicas orientables de dimensión 1 son la recta real, $\mathbb{R}$, y el círculo, $\mathbb{S}^1$.



Teorema de clasificación de variedades topológicas compactas sin borde de dimensión 2

Cualquier superficie topológica compacta, orientable y sin borde es una esfera con n asas y m cintas de Möbius, $n \geq 0$ y $0 \leq m \leq 2$.

$M_{m,n} =$ esfera con m capas cruzadas (cintas de Möbius) y n asas

Característica de Euler-Poincaré: $\boxed{\chi\left(M_{m,n}\right) = 2 - m - 2n}$

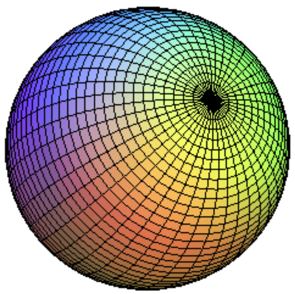
Teorema de clasificación de variedades topológicas compactas sin borde de dimensión 2

Dos superficies topológicas compactas sin borde son homeomorfas si, y solo si,

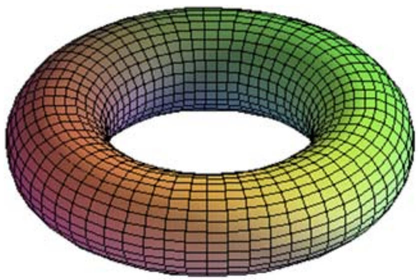
1) tienen el mismo carácter de orientabilidad
2) tienen la misma característica de Euler-Poincaré.

Género de una superficie topológica orientable sin borde: $\boxed{gen(S) = \dfrac{2 - \chi(S)}{2}}$

Interpretación del género: $gen(S) = n =$ número de asas o número de agujeros de S

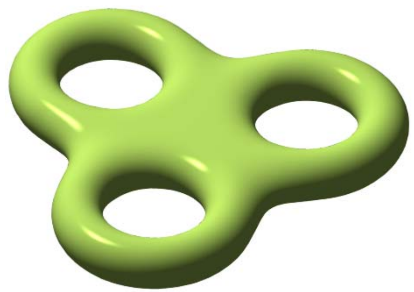


Género 0 (Esfera)



Género 1 (Toro)

Género 2 (2-Toro)



Género 3 (3-Toro)

Teorema de clasificación de variedades topológicas compactas con borde de dimensión 2

Cualquier superficie topológica compacta, orientable y con borde es una esfera con n asas, m cintas de Möbius y k agujeros, $n \geq 0$, $0 \leq m \leq 2$ y $k =$ número de componentes conexas de $Fr(M)$).

$M_{m,n,k} =$ esfera con m capas cruzadas (cintas de Möbius), n asas y k agujeros

Característica de Euler-Poincaré: $\boxed{\chi\left(M_{m,n,k}\right) = 2 - m - 2n - k}$

Teorema de clasificación de variedades topológicas compactas con borde de dimensión 2

Dos superficies topológicas compactas, orientables y con borde de dimensión 2, M_{m_1,n_1,k_1} y M_{m_2,n_2,k_2} son homeomorfas si, y solo si, $(m_1, n_1, k_1) = (m_2, n_2, k_2)$.

Teorema de clasificación de variedades topológicas compactas con borde de dimensión 2

Dos superficies topológicas compactas con borde son homeomorfas si, y solo si,

1) tienen el mismo carácter de orientabilidad
2) tienen la misma característica de Euler-Poincaré
3) y tienen el mismo número de componentes conexas en el borde.

Variedades topológicas compactas no orientables sin borde de dimensión 2

Género de una superficie topológica no orientable sin borde: $\boxed{gen\left(\tilde{S}\right) = -2 - \chi\left(\tilde{S}\right)}$

Interpretación del género: $gen\left(\tilde{S}\right) = m =$ número de capas cruzadas de $\tilde{S}$

Representaciones normales: