PROGRAMACIÓN LINEAL (2000-2007)

J-00) Las 18 chicas y los 24 chicos de 2° de Bachillerato de un centro docente organizan un viaje. Para financiarlo deciden trabajar por las tardes en una empresa encuestadora que contrata equipos de dos tipos
Tipo A: Dos chicas y cuatro chicos. Tipo B: Tres chicas y tres chicos. La empresa abona por una tarde de trabajo 3000 Ptas. al equipo del tipo A y 5000 Ptas. al equipo del tipo B. Se pide: 1) Dibujar la región factible. 2°) ¿Cómo les conviene distribuirse para obtener la mayor cantidad posible de dinero? 3°) Si la empresa abonara por una tarde de trabajo 4000 Ptas. al equipo del tipo A y 4000 ptas. al equipo del tipo B. ¿Cómo les convendría entonces hacer la distribución?

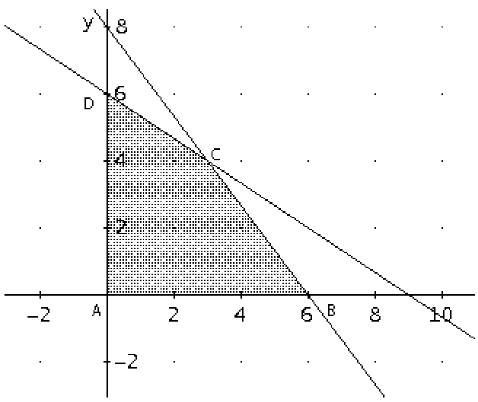
		Chicos	Chicas	1er supuesto Ganan	2º supuesto Ganan
Tipo A	x	4	2	3 000 ptas.	4 000 ptas.
Tipo B	y	3	3	5 000 ptas.	4 000 ptas.
		24	18		

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad x, y \in \mathbb{N} \\ 4x + 3y \leq 24 \quad (1) \\ 2x + 3y \leq 18 \quad (2) \end{cases}$$

Función OBJETIVO, 1er supuesto a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 3000x + 5000\,y$

Función OBJETIVO, 2º supuesto a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 4000x + 4000\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son:

A (0, 0), B (6, 0), D (0, 6) y C (3, 4) que se obtiene como solución del sistema formado por las ecuaciones correspondientes a inecuaciones (1) y (2)

Los beneficios en estos puntos, con el primer presupuesto son:

B_A (0,0) = 0 Ptas.
B_B(6,0) = 18 000 Ptas.
B_C(3,4) = 29 000 Ptas.
B_D(0,6) = 30 000 Ptas.

Los beneficios en estos puntos, con el segundo presupuesto son:

B_A(0,0) = 0 Ptas.
B_B(6,0) = 24 000 Ptas.
B_C(3,4) = 28 000 Ptas.
B_D(0,6) = 24 000 Ptas.

Con el primer presupuesto la solución es (0,6) y ganan 30 000 Ptas. y con el segundo presupuesto la solución es (3,4) y ganan 28 000 ptas.

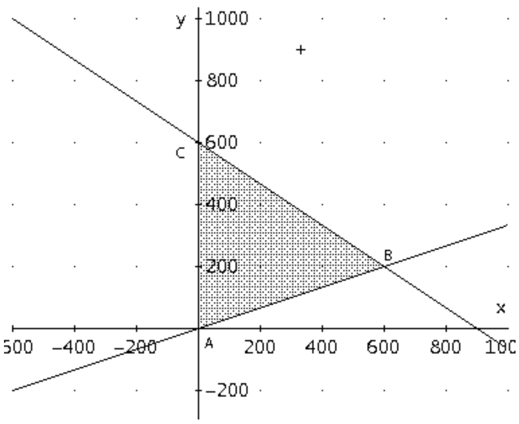
S-00) Una fábrica envasa al día durante una campaña de Navidad 180 kg. de turrón. Produce tabletas medianas y grandes de peso neto 200 gr. y 300 gr., respectivamente. Se deben fabricar un número de tabletas medianas no superior al triple de tabletas grandes. El beneficio es de 110 Ptas. por tableta mediana y 150 Ptas. por tableta grande. Se pide: 1°) Representar la región factible. 2°) ¿Cuántas tabletas de cada clase deben producirse al día para que el beneficio sea máximo?

		Beneficio (Ptas.)
Tabletas de 200 g	x	110
Tabletas de 300 g	y	150
Disponemos de 180 k.o.		

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad x, y \in \mathbb{Z} \\ x \leq 3y \qquad (1) \\ 0'2x + 0'3y < 180 \quad (2) \end{cases}$

Función OBJETIVO (a maximizar) $B(x, y) = 110x + 150y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son:
A(0,0), B(600, 200) y C(0, 600).

Los beneficios en esos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$

$B_B(600,200) = 96\ 000$

$B_C(0,600) = 90\ 000$

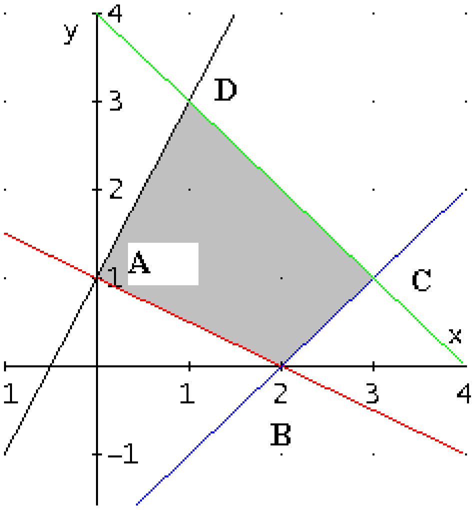
Por tanto, para que el beneficio sea máximo debe envasar 600 tabletas de 200 g y 200 tabletas de 300 g, en cuyo caso el beneficio es de 96 000 ptas.

R1-00) Dada la función objetivo *F(x , y) = x + 3 y* sujeta a las restricciones siguientes:

a) $x + 2y \geq 2$; *b)* $x - y \leq 2$ *c)* $2x - y \geq -1$ *d)* $x + y \leq 4$; *e)* $x \geq 0$ *f)* $y \geq 0$

Se pide: 1°) Representar la región factible. 2°) Valor de x y valor de y que hacen máxima la función *F*.

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



El punto A es la solución del sistema $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$; el punto B es la solución del sistema $\begin{cases} x+2y=2 \\ x-y=2 \end{cases}$; el punto C es la solución del sistema $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=4 \end{cases}$ y el punto D es la solución del sistema $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ x+y=4 \end{cases}$.

Así:

A (0,1), B (2,0), C (3,1) y D (1,3)

Evaluamos *F* en los puntos obtenidos:

$F_A(0,1)=3$

$F_B(2,0)=2$

$F_C(3,1)=6$

$F_D(1,3)=10$

La función *F* es máxima para D (1,3)

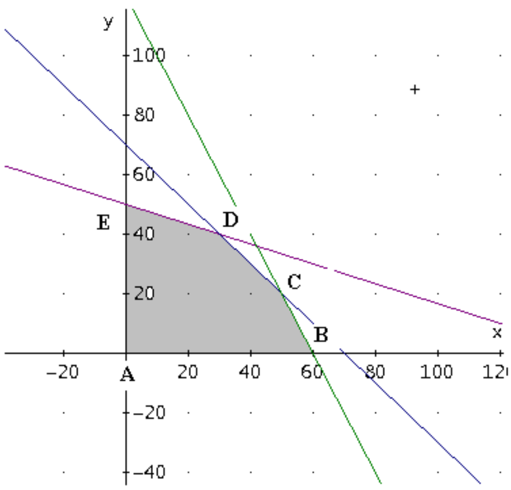
R2-00) Un almacén realiza a sus clientes una oferta relativa a sus excedentes de tres productos para piscinas: 1500 litros de hipoclorito sódico, 1400 litros de algicida y 1200 litros de floculante. Para ello prepara dos tipos de lotes de oferta:
Tipo I: 10 litros de hipoclorito, 20 litros de algicida y 20 litros de floculante. Tipo II: 30 litros de hipoclorito, 20 litros de algicida y 10 litros de floculante. Cada lote del 1° tipo reporta un beneficio de 1000 Ptas. y cada lote del 2° tipo 1200 ptas. Supongamos que se vendan todos los lotes preparados. Se pide: 1°) Dibujar la región factible. 2°) ¿Cuántos lotes de cada tipo conviene preparar para obtener el máximo beneficio?

		Hipoclorito sódico	Algicida	Floculante	Beneficio (Ptas.)
Tipo I	x	10 litros	20 litros	20 litros	1 000
Tipo II	y	30 litros	20 litros	10 litros	1 200
Disponemos		1 500 litros	1 400 litros	1 200 litros	

$$\text{Restricciones: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad\quad x, y \in N \\ 10x + 30y \leq 1500 \quad\quad (1) \\ 20x + 20y < 1400 \quad\quad (2) \\ 20x + 10y < 1200 \quad\quad (3) \end{cases}$$

Función OBJETIVO (a maximizar) $B(x, y) = 1000x + 1200y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Resolviendo los sistemas correspondientes, obtenemos los puntos esquinas:
A (0,0), B (60,0), C (50,20), D (30,40) y E (0,50).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$F_A(0,0) = 0$$
$$F_B(60,0) = 60\ 000$$
$$F_C(50,20) = 74\ 000$$
$$F_D(30,40) = 78\ 000$$
$$F_E(0,50) = 60\ 000$$

La función objetivo es máxima en D (30,40), esto es, conviene comprar 30 lotes de tipo I y 40 lotes de tipo II para que el beneficio sea máximo. Este caso, dicho beneficio es de 78 000 ptas.

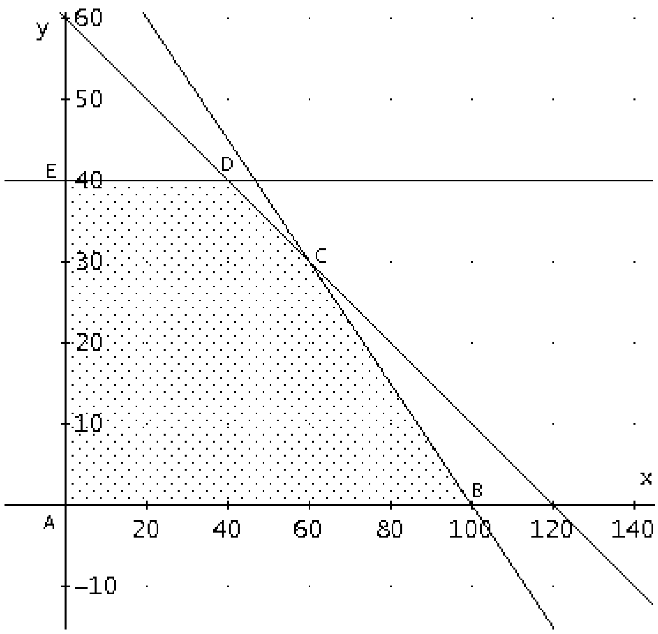
J-01) Una tienda de golosinas dispone de dos tipos de bolsas para cumpleaños con el siguiente contenido:
Tipo I: 2 chicles, 3 piruletas, 8 caramelos y 1 bolsa de patatas fritas.
Tipo II: 4 chicles, 4 piruletas, 5 caramelos y 2 bolsas de patatas fritas.
En un determinado día el número de chicles de que dispone la tienda para el envasado de las bolsas no puede ser superior a 240 unidades y el número de piruletas no puede superar las 300 unidades. Además, por problemas de envases, el número de bolsas del Tipo II no puede ser superior a 40. El beneficio por la venta es: 150 pesetas por cada bolsa del Tipo I y 225 por cada bolsa del Tipo II. Halla el número de bolsas de cada tipo que deberían venderse en ese día para que el beneficio obtenido sea el mayor posible.

		Chicles	Piruletas	Caramelos	Patatas	Beneficio
Tipo I	x	2	3	8	1	150 ptas.
Tipo II	y	4	4	5	2	225 ptas.
Disponemos		240	300			

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} 0 \le y \le 40 \\ y \ge 0 \quad x, y \in \mathbb{N} \\ 2x + 4y \le 240 \quad (1) \\ 3x + 4y \le 300 \quad (2) \end{cases}$$

La función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio: $B(x,y) = 150x + 225y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son:
$A(0,0), B(40,0), C(40,40)$ y $D(0,60)$.

Los beneficios en estos puntos son:
$B_A(0,0) = 0$ ptas
$B_B(100,0) = 15\ 000$ ptas
$B_C(60,30) = 15\ 750$ ptas
$B_D(40,40) = 15\ 000$ ptas
$B_E(0,40) = 9\ 000$ ptas

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 40 bolsas de golosinas de cada tipo, obteniendo un beneficio máximo de 15 000 Ptas.

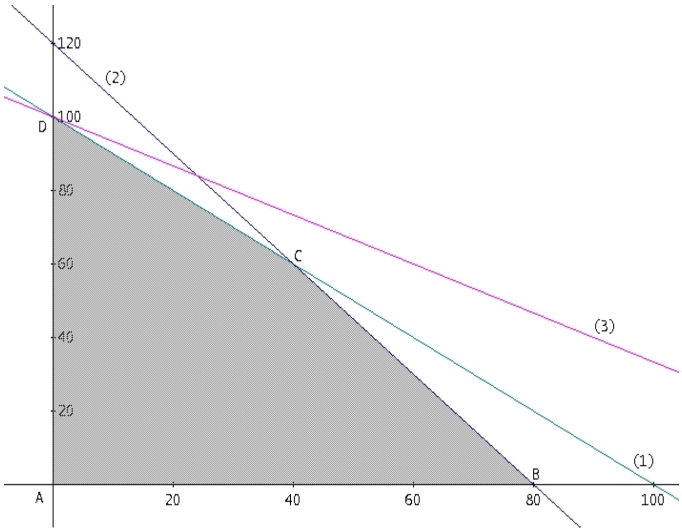
S-01) Un Ciber-café realiza dos ofertas entre sus clientes habituales:
Oferta I: 1 refresco, 3 bizcochos y 20 minutos de conexión a Internet.
Oferta II: 1 refresco, 2 bizcochos y 30 minutos de conexión a Internet.
Las características del local limitan a 50 horas diarias el tiempo máximo de conexión a Internet Al no disponer de almacén, sólo se puede acumular un máximo de 100 refrescos y 240 bizcochos. Un cliente que opte por la Oferta I produce un beneficio de 500 pesetas y si opta por la Oferta II el beneficio es de 450 pesetas. Halla el número de clientes que deberían elegir cada una de las ofertas para que el beneficio total fuese lo mayor posible.

		Refrescos	Bizcochos	Internet	Beneficio
Oferta I	x	1	3	20\`	500 Ptas.
Oferta II	y	1	2	30\`	450 Ptas.
Disponemos		100	240	50 h.	

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad\quad x, y \in \mathbb{N} \\ x + y \leq 100 & (1) \\ 3x + 2y \leq 240 & (2) \\ 20x + 30y \leq 3000 & (3) \end{cases}$

La función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 500x + 450\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son:
$A(0,0)$, $B(80,0)$, $C(40,60)$ y $D(0,100)$.

Los beneficios en esos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$

$B_B(80,0) = 40\ 000$ ptas

$B_C(40,60) = 47\ 000$ ptas

$B_D(0,100) = 45\ 000$ ptas

Por tanto, el beneficio máximo si 40 clientes eligen la oferta de Tipo I y 60 la de Tipo II. En cuyo caso el beneficio (máximo) es de 47 000 ptas.

R1-01) ** Un atleta utiliza dos tipos de sesiones en su entrenamiento; Tipo 1: 10 carreras cortas de 100 metros cada una y 4 carreras largas de 3 kilómetros cada una. Tipo II: 10 carreras cortas de 300 metros cada una y 3 carreras largas de 2 kilómetros cada una. El tiempo que tarda el atleta en realizar una sesión del Tipo I es de 60 minutos y en realizar una sesión del Tipo II, 50 minutos. En carreras cortas el número de kilómetros semanales no puede ser superior a 9, y en carreras largas el número de kilómetros semanales no puede ser superior a 48. Halla el número de sesiones de cada tipo que debe realizar a la semana para que el tiempo de entrenamiento sea el mayor posible. ¿Cuál es ese tiempo?

	Carreras cortas De 100 m.	Carreras Largas de 3 Km.	Carrera cortas de 300 m	Carreras largas de 2 Km.	Tiempo	
Tipo I	10	4			60`	x
Tipo II			10	3	50`	y

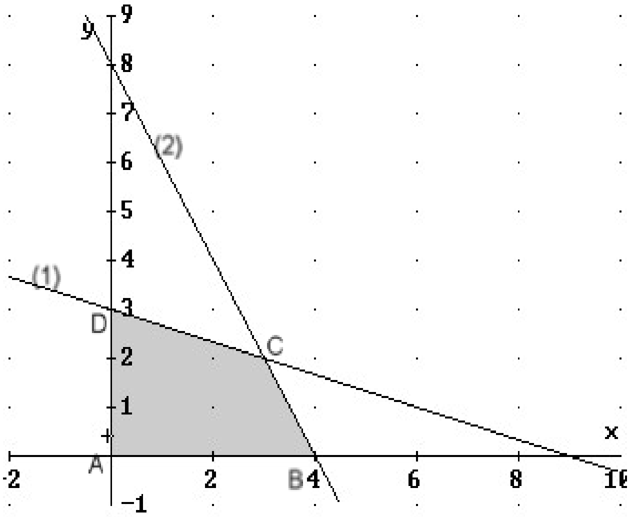
Carreras cortas menor o igual que 9 Km.

Carreras largas menor o igual que 48 Km.

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad\quad x, y \in \mathbb{N} \\ 10 \cdot 0'1x + 10 \cdot 0'3y \leq 9 \quad\quad (1) \\ 4 \cdot 3x + 3 \cdot 2y \leq 48 \quad\quad (2) \end{cases}$$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Tiempo $t(x,y) = 60x + 50\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son: A (0,0) B (4,0) C (3,2) D (0,3), obtenidos por intersección de las rectas (1), y (2).

Los tiempos en estos puntos son:

$t_A(0,0) = 0$ minutos.

$t_B(4,0) = 240$ minutos.

$\boxed{t_C(3,2) = 280 \text{ minutos.}}$

$t_D(0,3) = 150$ minutos.

Por tanto el tiempo mayor de entrenamiento se obtiene al realizar 3 sesiones de Tipo I y 2 sesiones de Tipo II, obteniendo unos tiempos máximos de entrenamiento de 280 minutos equivalente a 4 horas y 40 minutos.

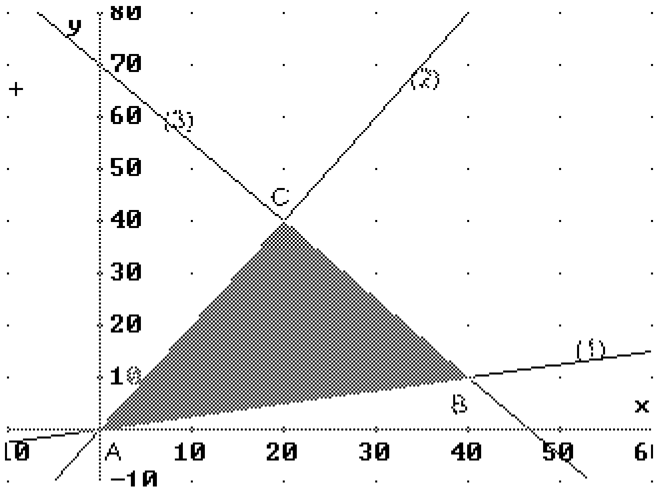
R2-01) Un fabricante de helados utiliza dos tipos de envase para sus helados de vainilla: Cono de galleta y tarrina, con capacidades respectivas de 30 y 20 centilitros. Diariamente envasa un máximo de 14 litros de helado. El número de conos de galleta no puede superar al cuádruplo del número de tarrinas y el número de éstas no puede superar al doble del número de conos de galleta. El precio de venta al público es: 275 pesetas el cono de galleta y 225 pesetas la tarrina. El precio de coste es: 140 pesetas el cono de galleta y 120 pesetas la tarrina. Halla cuántos envases de cada tipo debe realizar para que el beneficio diario sea máximo.

		Capacidad	Coste (Ptas.)	Venta (Ptas.)	Beneficio (Ptas.)
Cono de galletas	x	30 cl	140	275	135
Tarrina	y	20 cl	120	225	105
Disponemos de:		1 400 cl			

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad\quad x, y \in \mathbb{N} \\ x \leq 4y \quad\quad\quad\quad (1) \\ y \leq 2x \quad\quad\quad\quad (2) \\ 30x + 20y \leq 1400 \quad (3) \end{cases}$

Función OBJETIVO (a maximizar): $B(x, y) = 135x + 105y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE



Los puntos de las esquinas son: A (0,0) B (40,10) C (20,40), obtenidos por intersección de las rectas (1), (2) y (3).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$ Ptas.

$B_B(40,10) = 6\ 450$ Ptas.

$\boxed{B_C(20,40) = 6\ 900 \text{ Ptas.}}$

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 20 conos de galleta y 40 tarrinas, obteniendo unos beneficios máximos de 6 900 Ptas.

J-02) En el último Salón Internacional del automóvil celebrado en España, un pequeño fabricante presentó sus modelos Caaper (precio por unidad: 16.000 euros) y Ena (precio por unidad: 15 000 euros). El coste de producción por unidad es, respectivamente, 10 400 y 9 750 euros. Para la fabricación de una unidad del primer modelo se necesitan 3 m^2 de un determinado producto textil y 7,5 Kg. de pintura especial, mientras que para la fabricación de una unidad del segundo modelo se necesitan 4 m^2 de producto textil y 7 Kg. de pintura. Mensualmente existen en el almacén 96 m^2 de producto textil y 195 Kg. de pintura.

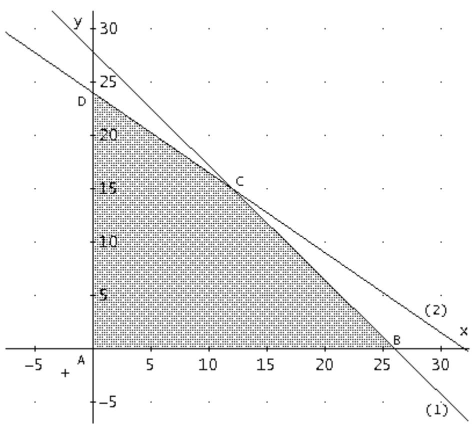
a) Representa la región factible. b) Halla cuántas unidades de cada modelo interesa fabricar mensualmente para que las ventas de las mismas produzcan el máximo beneficio. c) Calcula dicho beneficio.

		P.V.P.	Coste	Beneficio	Textil	Pintura
Caaper	x	16 000 €	10 400 €	5 400 €	3 m^2	7'5 Kg.
Ena	y	15 000 €	9 750 €	5 250 €	4 m^2	7 Kg.
Disponemos					96 m^2	195 kg

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \qquad x, y \in \mathbb{N} \\ 3x + 4y \leq 96 \qquad (1) \\ 7'5x + 7y \leq 195 \qquad (2) \end{cases}$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 5\ 600x + 5\ 250\ y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son:
A (0,0) B (26,0) C (12,15) D (0,24). Las coordenadas de C se han obtenido como intersección de las rectas (1) y (2).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$ €

$B_B(26,0) = 145\ 600$ €

$\boxed{B_C(12,15) = 145\ 950 \text{ €}}$

$B_D(0,24) = 126\ 000$ €

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 12 coches del modelo Caaper y 15 coches del modelo Ena, obteniendo unos beneficios máximos de 145 950 €

S-02) * Un fabricante de llaveros decide aplicar durante un día los siguientes criterios para la producción y venta de sus artículos: El doble del número de llaveros dorados (x) fabricados debe ser mayor o igual que el número de llaveros plateados (y). En cambio, si este último número se aumentase en 30, la cantidad obtenida sería mayor que el doble del número de llaveros dorados. El número de llaveros plateados no puede ser mayor de 40. La venta de un llavero dorado da un beneficio de 0,8 euros y la de uno plateado 0,65 euros.

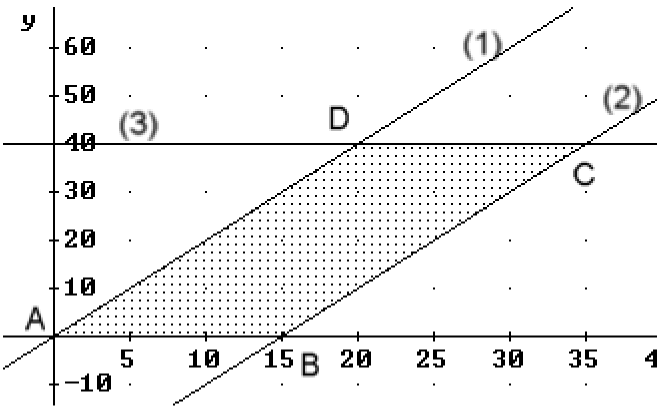
a) Representa la región factible b) Halla los valores de x e y para que el beneficio sea el mayor posible. c) Calcula el beneficio máximo.

		Beneficios
Dorados	x	0'80 €
Plateados	y	0'65 €

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 & \\ y \geq 0 & x, y \in \mathbb{N} \\ 2x \geq y & (1) \\ y + 30 > 2x & (2) \\ y \leq 40 & (3) \end{cases}$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 0'80x + 0'65\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son: A (0,0) B (15,0) C (35,40) D (20,40), obtenidos por intersección de las rectas (1), (2) y (3).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$ €

$B_B(15,0) = 12$ €

$\boxed{B_C(35,40) = 54 \text{ €}}$

$B_D(20,40) = 42$ €

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 35 llaveros dorados y 40 llaveros plateados, obteniendo unos beneficios máximos de 54 €

R1-02) * Una fábrica debe producir diariamente, además de otros productos, entre 110 y 165 litros de zumo de naranja con multivitaminas. Para su comercialización dispone de dos tipos de envases: Tipo A de 1/3 de litro de capacidad y tipo B de 1/4 de litro de capacidad. Por razones de estrategia comercial, el número de envases del tipo A debe ser superior o igual que el doble del número de envases del tipo B. El beneficio obtenido por la venta es de 1 euro por cada envase del tipo A y 0,9 euros por cada envase del tipo B.

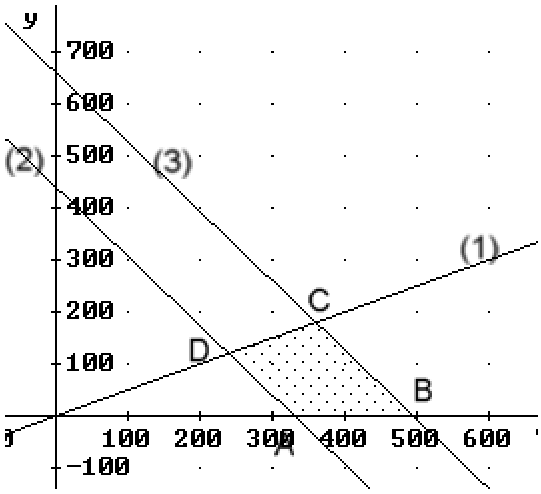
a) Representa la región factible. b) Halla el número de envases de cada tipo que debe utilizar para que el beneficio obtenido sea el mayor posible. c) Calcula ese beneficio máximo.

		Capacidad	Beneficio
Tipo A	x	1/3 l	1 €
Tipo B	y	1/4 l	0'90 €

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \qquad x, y \in \mathbb{N} \\ x \geq 2y \qquad (1) \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} \geq 110 \qquad (2) \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} \leq 165 \qquad (3) \end{cases}$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = x + 0'9\, y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son: A (330,0) B (495,0) C (360,180) D (240,120), obtenidos por intersección de las rectas (1), (2) y (3).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(330,0) = 330$ €

$B_B(495,0) = 495$ €

$\boxed{B_C(360,180) = 522 \text{ €}}$

$B_D(240,120) = 348$ €

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 360 envases de Tipo A y 180 envases de Tipo B, obteniendo unos beneficios máximos de 522 €

R2-02) Una tienda de ropa decide aprovechar las rebajas de verano para lanzar una oferta con sus excedentes de camisas (260 unidades), pantalones (140 unidades) y camisetas (50 unidades). Para ello prepara dos tipos de lotes; L1: 3 camisas, 2 pantalones y L2: 4 camisas, 1 pantalón, 1 camiseta. El beneficio obtenido por la venta de un lote del tipo L1 es de 10 euros y por la de un lote del tipo L2 de 8 euros.

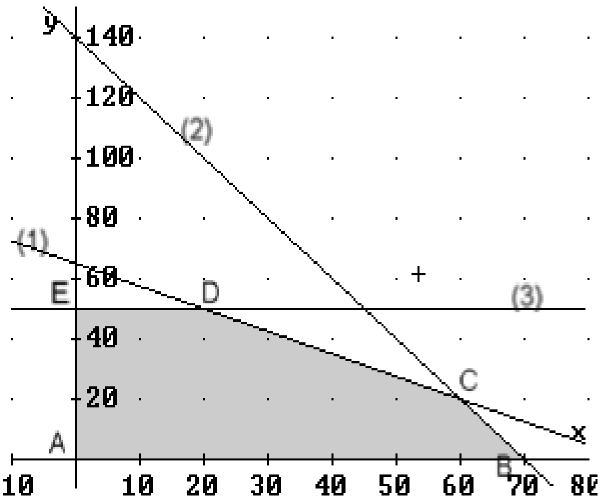
a) Representa la región factible. b) Halla el número de lotes de cada oferta que le conviene vender para que el beneficio obtenido sea el máximo posible. c) Calcula dicho beneficio.

		Camisas	Pantalones	Camisetas	Beneficio
Lote 1	x	3	2	0	10 €
Lote 2	y	4	1	1	8 €
Disponemos:		260	140	50	

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \quad\quad x, y \in \mathbb{N} \\ 3x + 4y \leq 260 \quad\quad (1) \\ 2x + y \leq 140 \quad\quad (2) \\ y \leq 50 \quad\quad (3) \end{cases}$$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 10x + 8y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son: A (0,0) B (70,0) C (60,20) D (20,50). y E((0,50) Las coordenadas de C y D se han obtenido como intersección de las rectas (1), (2) y (3).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$ €

$B_B(70,0) = 700$ €

$\boxed{B_C(60,20) = 760 \text{ €}}$

$B_D(20,50) = 600$ €

$B_E(0,50) = 400$ €

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 60 Lotes Tipo I y 20 Lotes Tipo II, obteniendo unos beneficios máximos de 760 €

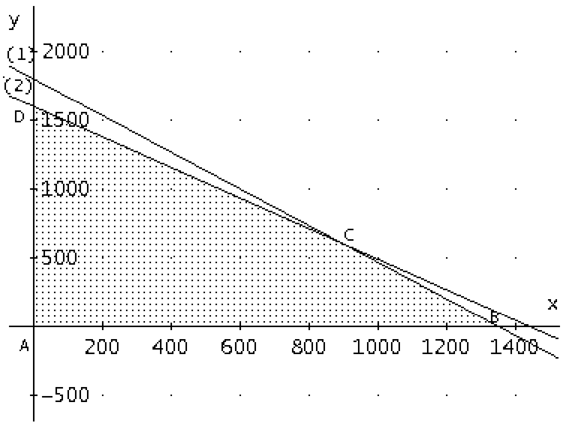
J-03) Una empresa de productos de papelería dispone de 270 metros cuadrados de cartón y 432 metros de cinta de goma para la fabricación de dos tipos de carpetas: Tamaño folio y tamaño cuartilla. Para una del primer tipo se necesitan 0,20 metros cuadrados de cartón y 30 centímetros de cinta de goma y se vende a 1,40 euros la unidad. Para una carpeta del segundo tipo se necesitan 0,15 metros cuadrados de cartón y 27 centímetros de cinta de goma y se vende a 1,10 euros la unidad. 1) Representa la región factible. 2) ¿Cuántas carpetas de cada tipo interesa fabricar para que el beneficio que se obtiene con su venta sea lo más grande posible? 3) Calcula ese beneficio máximo.

	Papel	Cinta	Vende	
Carpetas Folio	0'20 m^2	30 cm	1'40 €	x
Carpetas Cuartilla	0'15 m^2	27 cm	1'10 €	y
Disponemos de:	270 m^2	432 m		

$$\text{Restricciones:}\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0\ ;\quad x, y \in \mathbb{N} \\ 0'20x + 0'15y \leq 270 \qquad (1) \\ 0'30x + 0'27y \leq 432 \qquad (2) \end{cases}$$

Función a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 1'40x + 1'10\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos en la frontera son: A(0,0); B (1350,0); C (900,600); D(0,1600). El punto C se calcula como intersección de las rectas (1) y (2)

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0, 0) = 0$ €

$B_B(1350, 0) = 1\,890$ €

$\boxed{B_C(900, 600) = 1\,920 \text{ €}}$

$B_D(0, 1600) = 1\,760$ €

Luego los máximos beneficios se producen al fabricar 900 carpetas tipo folio y 600 carpetas tipo cuartilla, siendo los beneficios máximos de 1 920 €.

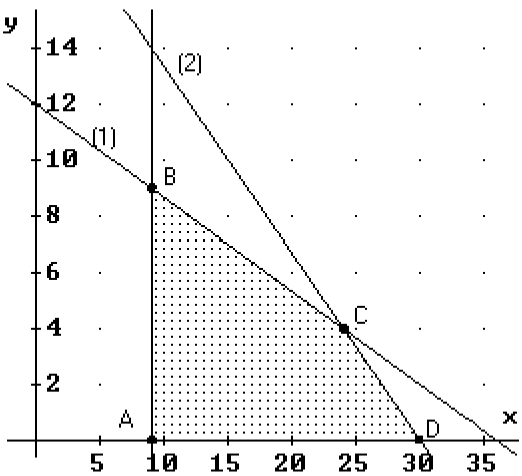
S-03) Una fábrica de mesas de jardín está especializada en dos modelos: ovalado y octogonal. Para la fabricación de una mesa del primer tipo se necesita 1 hora de trabajo y 2 kilos de material plástico. Para la fabricación de una mesa del segundo tipo se necesitan 3 horas de trabajo y 3 kilos de material plástico. Diariamente la fábrica dispone de obreros para realizar como máximo 36 horas de trabajo y de un máximo de 60 kilos de material plástico. Además, el número de mesas ovaladas no puede ser menor de 9 unidades. Por la venta de una mesa del primer tipo se obtienen 19 euros y por una del segundo tipo, 30 euros. 1) Representa la región factible. 2) Halla cuántas mesas de cada tipo deben fabricarse diariamente para que con su venta se obtenga un beneficio máximo. 3) Calcula ese beneficio máximo.

		Horas	Plástico	Beneficio
Ovalado	x	1	2 Kg.	19 €
Octogonal	y	3	3 kg.	30 €
Máximo		36	60 kg.	

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 9 \;\; ; \;\; y \geq 0 \;\; ; \quad x, y \in \mathbb{N} \\ x + 3y \leq 36 \qquad (1) \\ 2x + 3y \leq 60 \qquad (2) \end{cases}$

La función a optimizar es el Beneficio: $B(x,y) = 19x + 30\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Puntos en la frontera: A (9,0); B (9,9); C (24,4); D (30,0). El punto C se ha calculado como intersección de rectas (1) y (2), basta resolver los sistemas generados por las dos ecuaciones de la recta.

Beneficio en estos puntos:

B_A (9,0) = 171 €

B_B (9,9) = 441 €

$\boxed{B_C\,(24,4) = 576\text{ €}}$

B_D(30,0) = 570 €

Por tanto, el beneficio máximo se consigue en el punto C (24,4); esto es, fabricando 24 mesas ovaladas y 4 mesas octogonales y los beneficios máximos son de 576 €

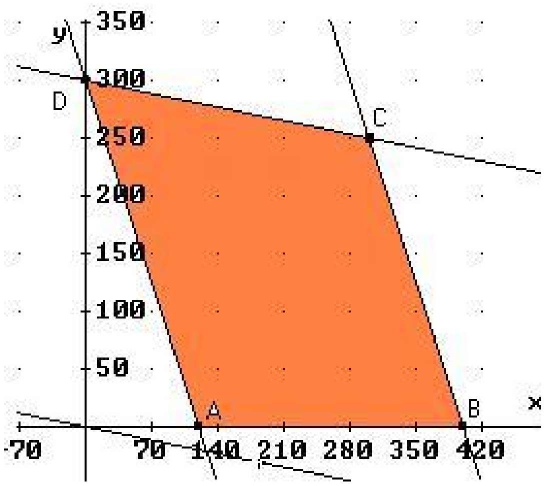
R1-03) ** Para obtener dinero para la excursión fin de curso, un grupo de estudiantes decide, durante el tiempo de recreo, envasar cartuchos de tinta para pluma estilográfica, de dos formas: Envase tipo A: 5 cartuchos de tinta azul y 1 cartuchos de tinta negra- Envase tipo B: 2 cartucho de tinta azul y 6 cartuchos de tinta negra. Como mínimo deben utilizar 600 cartuchos de tinta azul y como máximo 2000 de tinta azul y 1800 de tinta negra. El cartucho de tinta azul cuesta 0’10 céntimos de euro y el de tinta negra 0,12 céntimos de euro. El precio de venta de un envase del tipo A es de 1,10 euros y el de un envase del tipo B es de 1,25 euros. 1) ¿Cuál es la ganancia que se obtiene por la venta de cada tipo de envase? 2) Representa la región factible. 3) Halla cuántos envases de cada tipo deben comercializar para que el beneficio que se obtenga con su venta sea lo más grande posible.

		Azul	Negro	Venta	Coste	**Beneficio**
Envase A	x	5	1	1,10	5·(0,10)+1·(0,12) = 0,62 €	**0’48 €**
Envase B	y	2	6	1,25	2·(0,10)+6·(0,12) = 0,92 €	**0’33 €**
Existencias		600≤Azul≤2000	1 800			

Restricciones:
$$\begin{cases} x, y \in \mathbb{N} \\ 600 \le 5x + 2y \le 2000 & (1) \\ 0 \le x + 6y \le 1800 & (2) \end{cases}$$

Función a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 0,48x + 0,33\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de la frontera son: A (120,0); B (400,0); C (300,250); D (0,300)

Los beneficios en estos puntos son:

B_A (120,0) = 57’60 €

B_B (400,0) = 192 €

$\boxed{B_C\,(300,250) = 226,50\ €}$

B_D(0,300) = 99 €

Por tanto, el beneficio máximo se consigue en el punto C (300,250); esto es, envasado 300 del tipo A y 250 del tipo B beneficios máximos son de 226,50 €

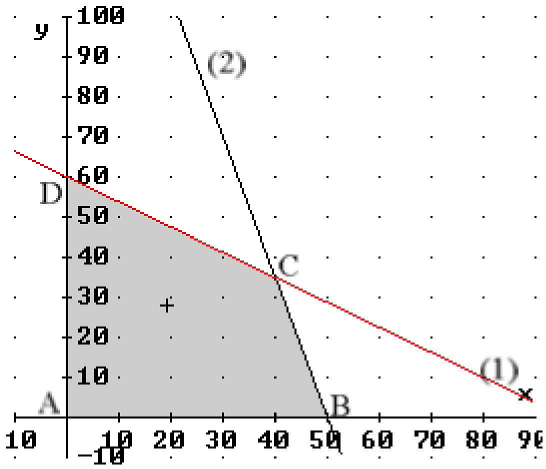
R2-03) El dueño de un vivero lanza una oferta de sus existencias en geranios y petunias. En el vivero hay 480 macetas de geranios y 350 macetas de petunias. Prepara dos tipos de lotes:
Lote A: 5 macetas de geranios y 7 macetas de petunias. Lote B: 8 macetas de geranios y 2 macetas de petunias. La ganancia por la venta de un lote del tipo A es de 13 euros y por uno del tipo B, 17 euros.
1) Representa la región factible. 2) Halla cuántos lotes de cada tipo debe vender para que el beneficio obtenido sea lo mayor posible. 3) Calcula cuál es ese beneficio máximo.

		Geranios	Petunias	Ganancia
Lote A	x	5	7	13 €
Lote B	y	8	2	17 €
Disponemos		480	350	

Restricciones: $\begin{cases} x, y \in \mathbb{N} \\ 5x+8y \leq 480 & (1) \\ 7x+2y \leq 350 & (2) \end{cases}$

Función OBJETIVO, a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 13x + 17y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de las esquinas son: A (0,0) B (50,0) C (40,35) D (0,60). Las coordenadas de C se han obtenido como intersección de las rectas (1) y (2).

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A(0,0) = 0$

$B_B(50,0) = 650$ €

$\boxed{B_C(40,35) = 1\,115 \text{ €}}$

$B_D(0,60) = 1\,020$ €

Por tanto, el beneficio máximo se obtiene al vender 40 lotes del tipo A y 35 lotes del tipo B, obteniendo unos beneficios máximos de 1 115 €

J-04) Un fabricante de abanicos dispone de dos modelos A y B. El modelo A requiere, para su elaboración, 20 cm^2 de papel, 120 cm^2 de lámina de madera y 1 enganche metálico. El modelo B requiere: 60 cm^2 de papel, 80 cm^2 de lámina de madera y 1 enganche metálico. El coste de producción de cada modelo es 1,20 euros el A y 1,30 euros el B. El precio de venta es de 1,80 euros cada uno, independientemente del modelo. Teniendo en cuenta que las existencias son de 3000 cm^2 de papel, 7200 cm^2 de lámina de madera y 70 enganches. 1) Representa la región factible. 2) Determina el número de abanicos de cada modelo que ha de hacer para obtener un beneficio máximo. 3) Calcula cuál es ese beneficio.

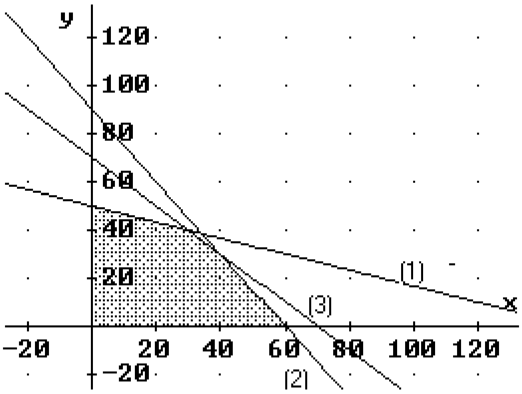
		Papel	Madera	Enganches	Coste	Venta	Beneficio
Modelo A	x	20 cm^2	120 cm^2	1	1,20 €	1,80 €	0,60 €
Modelo B	y	60 cm^2	80 cm^2	1	1,30 €	1,80 €	0,50 €
Existencias		3000 cm^2	7200 cm^2	70			

Restricciones:
$$\begin{cases} 20x+60y \le 3000 & (1) \\ 120x+80y \le 7200 & (2) \\ x+y \le 70 & (3) \\ x \ge 0 \;;\; y \ge 0 \;;\; x,y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Función a optimizar es el Beneficio $B(x,y) = 0'60x + 0'50\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:

Puntos en la frontera: A(0,0); B(60,0); C(40,30); D(30,40) y E(0,50). Los puntos C y D hay que calcularlos como intersección de rectas: El punto C entre (2) y (3) y el punto D entre (1) y (3), basta resolver los sistemas generados por las dos ecuaciones de la recta.



Beneficio en estos puntos:

$B_A(0,0) = 0$

$B_B(60,0) = 36$ €

$B_C(40,30) = 0'60 \cdot 40 + 0'50 \cdot 30 = 39$ €

$B_D(30,40) = 0'60 \cdot 30 + 0'50 \cdot 40 = 38$ €

$B_E(0,50) = 25$ €

Por tanto, el beneficio máximo se consigue fabricando 40 abanicos del modelo A y 30 del modelo B, obteniendo unos beneficios máximos de 39 €.

S-04) Un concesionario de motos necesita vender diariamente entre 1 y 5 unidades del modelo X y más de una unidad del modelo Y. Por cuestiones de estrategia comercial, la suma del número de unidades que se deben vender del modulo X y del doble de unidades de Y debe ser como máximo 13. Además, la diferencia entre el número de unidades de Y y de X no puede ser mayor que 2. La venta de una moto del modelo X le reporta un beneficio de 1000 euros y la venta de una del modelo Y, 1100 euros.

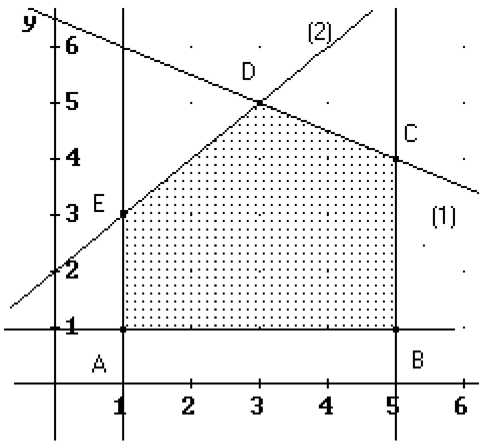
1) Representa la región factible. 2) Determina el numero de motos que debe vender de cada modelo para que el beneficio sea lo más grande posible. 3) Calcula cuál es ese beneficio máximo.

Sean x e y el nº de motos, que tenemos que vender, del modelo en cuestión.

Las restricciones son: $$\begin{cases} 1 \le x \le 5 & \\ y > 1 & x, y \in \mathbb{N} \\ x + 2y \le 13 & (1) \\ y - x \le 2 & (2) \end{cases}$$

La función a optimizar es el Beneficio: $B(x,y) = 1000x + 1100\,y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos de la frontera son. A(1,1); B(5,1); C(5,4) D(3,5) E(1,3). Todos se calculan como intersección de rectas.

Los beneficios en estos puntos son:

$B_A\,(1,1) = 2\,100$ €

$B_B\,(5,1) = 6\,100$ €

$\boxed{B_C\,(5,4) = 9\,400 \text{ €}}$

$B_D\,(3,5) = 8\,500$ €

$B_E\,(1,3) = 4\,300$ €

Por tanto el máximo se alcanzan en el punto C de coordenadas (5,4)

Luego los beneficios máximos se producen al vender 5 motos del modelo de X y 4 motos del modelo Y; y dichos beneficios son de 9 400 €

R1-04) Un almacenista quiere realizar una oferta, relativa a dos tipos de pintura: Con brillo y mate en envases de 0,5 litros:

Lote A: 2 botes de pintura con brillo y 3 de pintura mate.

Lote B: 3 botes de pintura con brillo y 2 de pintura mate.

El número de envases almacenados es de 240 de pintura con brillo y 300 de pintura mate. No puede vender diariamente más de 90 lotes del tipo A ni más de 60 lotes del tipo B. La venta de un lote A le reporta un beneficio de 2 euros y la venta de un lote B, 1,80 euros. 1) Representa la región factible. 2) Determina cuántos lotes de cada tipo debe vender para que el beneficio obtenido sea lo más grande posible. 3) Calcula ese beneficio máximo.

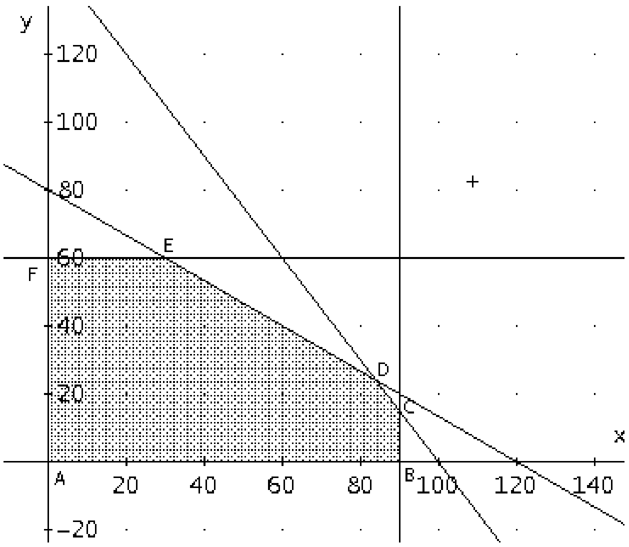
		Pintura		
		Con brillo	Sin brillo	
Lote A	x	2	3	90
Lote B	y	3	2	60
Disponibilidad		240	300	

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 2x+3y \le 240 \\ 3x+2y \le 300 \\ 0 \le x \le 90 \\ 0 \le y \le 60 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es el beneficio: $B(x,y)=2x+1.8y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:

A(0, 0), B(90, 0), C(90, 15), D(84, 24), E(30, 60) y F(0, 60).

Evaluamos la función objetivo en dichos vértices:

$$\begin{cases} B_A(0,0)=0 \\ B_B(90,0)=180 \\ B_C(90,15)=207 \\ B_D(84,24)=211.2 \\ B_E(30,60)=168 \\ B_F(0,60)=108 \end{cases}$$

Para que los beneficios del almacenista sean máximos ha de vender 84 lotes de tipo A y 24 lotes de tipo B, en cuyo caso el beneficio obtenido es de 211.2 €.

R2-04) Para la fabricación de un determinado abono orgánico A se necesita una sustancia química B, con la siguiente condición: La cantidad de sustancia A debe estar comprendida entre la cantidad de sustancia B y el triple de ésta. El beneficio por la venta de 1 kilogramo de A es de 10 euros y el coste de cada kilogramo de B es de 6 euros. En un determinado día de producción, la suma de las cantidades de A y de B no puede superar los 800 kilogramos. 1) Represente la región factible. 2) Determina la cantidad de abono producido para que el beneficio sea máximo. 3) Calcula cuál es ese beneficio máximo.

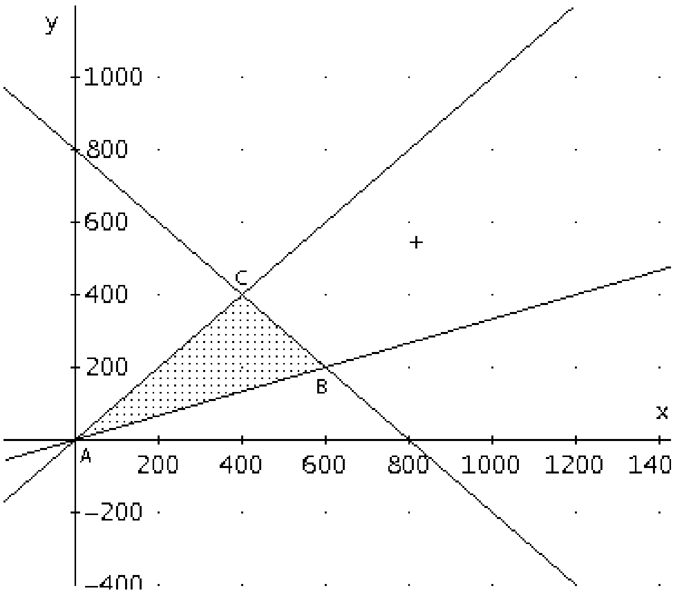
x = número de kg de abono A
y = número de kg de sustancia química B

Las restricciones son:

$$\begin{cases} y \le x \le 3y \rightarrow \begin{cases} y \le x \\ x \le 3y \end{cases} \\ x + y \le 800 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $f(x, y) = 10x - 6y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:
A(0, 0), B(600, 200) y C(400, 400)

Evaluamos la función objetivo en esos puntos:

$$\begin{cases} f_A(0,0) = 0 \\ f_B(600,200) = 4800 \\ f_C(400,400) = 1600 \end{cases}$$

Para que el beneficio sea máximo en la fabricación del abono A, hay que producir 600 kg de abono y utilizar 200 kg de la sustancia química B, en cuyo caso el beneficio es de 4 800 €.

J-05) Un taller pirotécnico fabrica cohetes sencillos que luego vende a 2´70 euros el paquete de 10 y cohetes de colores que vende a 3´60 el paquete de 10. Por problemas de mecanización no pueden fabricar al día más de 400 cohetes sencillos ni más de 300 cohetes de colores, ni más de 500 cohetes sumando los de las dos clases. Se supone que se vende toda la producción. **1)** Representa la región factible. **2)** ¿Cuántos cohetes de cada clase convendrá fabricar y vender para que el beneficio sea máximo? **3)** Calcula ese beneficio máximo.

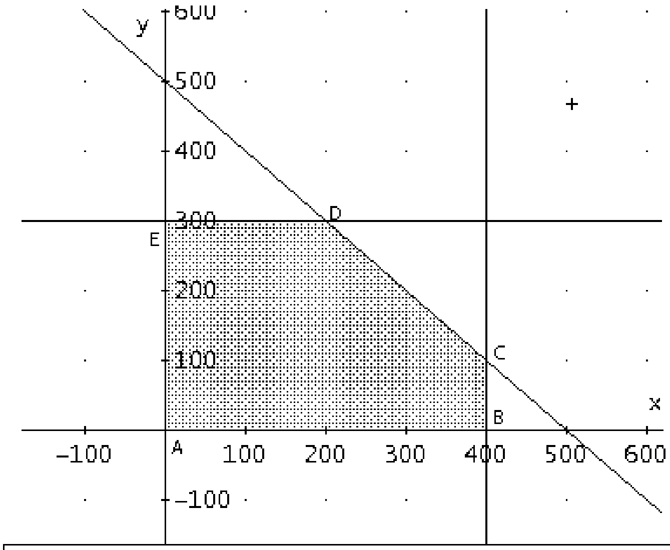
x = número de cohetes sencillos
y = número de cohetes de colores

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \leq 400 \\ y \leq 300 \\ x + y \leq 500 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $f(x,y) = 0.27x + 0.36y$ (Hay que tener en cuenta que nos dan el precio de un paquete de 10 cohetes).

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los vértices son: A(0, 0), B(400, 0), C(400, 100), D(200, 300) y E(0, 300).

Evaluamos la función objetivo en los puntos vértices obtenidos:

$f_A(0,0) = 0$

$f_B(400,0) = 108$

$f_C(400,100) = 144$

$f_D(200,300) = 162$

$f_E(0,300) = 108$

Para que el beneficio sea máximo tiene que fabricar 200 cohetes sencillos y 300 de colores, en cuyo caso el beneficio máximo es de 162 €.

S-05) Una empresa de autobuses de diversos tipos y capacidades dispone, en un determinado día, de un máximo de 7 conductores y de 6 conductoras. Recibe el encargo de transportar a los 528 alumnos de un centro docente con el fin de realizar una excursión de un día de duración. Si un conductor maneja un autobús de 44 plazas, entonces las conductoras deben manejar obligatoriamente los de 66 plazas. Por el contrario, si una conductora maneja un autobús de 24 plazas, entonces los conductores deben manejar obligatoriamente los de 72 plazas. La cantidad que cobra la empresa es de 500 euros al día por conductor, independientemente de si es hombre o mujer. **1)** Representa la región factible. **2)** Determina el número de conductores y el número de conductoras para que el beneficio empresarial sea máximo. **3)** Calcula ese beneficio máximo

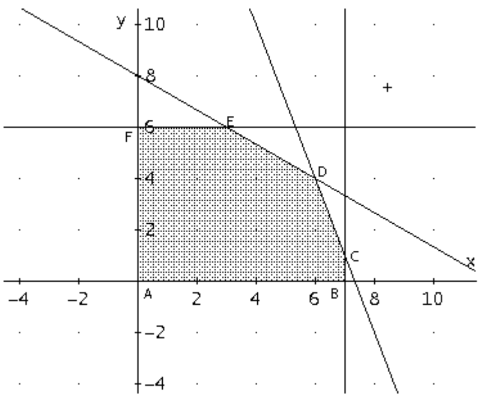
		Plazas		
Conductores	x	44	72	7
Conductoras	y	66	24	6
		528	528	

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \le 7 \\ y \le 6 \\ 44x + 66y \le 528 \\ 72x + 24y \le 528 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $f(x,y) = 500x + 500y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son: A(0, 0), B(7, 0), C(7, 1), D(6, 4), E(3, 6) y F(0, 6).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$f_A(0,0) = 0$

$f_B(7,0) = 3500$

$f_C(7,1) = 4000$

$f_D(6,4) = 5000$

$f_E(3,6) = 4500$

$f_F(0,6) = 3000$

Para que el beneficio sea máximo deben ir 6 conductores y 4 conductoras, en cuyo caso el beneficio es de 5 000 €.

R1-05) Se consideran dos estaciones A y B de una línea ferroviaria. Si el número de personas que transporta un tren que circula desde A hasta B o desde B hasta A es 100, entonces el número de personas transportadas al cabo de un día es como máximo de 900. En cambio si los trenes que circulan desde B hasta A admitieran el doble de pasajeros y los de A a B igual que antes, entonces el número de personas transportadas al cabo de un día sería como máximo de 1400. Un viaje diario, en sentido de A a B, le reporta a la empresa una ganancia de 10000 euros y uno en sentido de B a A, una ganancia de 11000 euros. **1)** Representa la región factible. **2)** Calcula el número de trenes que deben circular en cada sentido para que el beneficio sea el mayor posible. **3)** Calcula ese beneficio máximo.

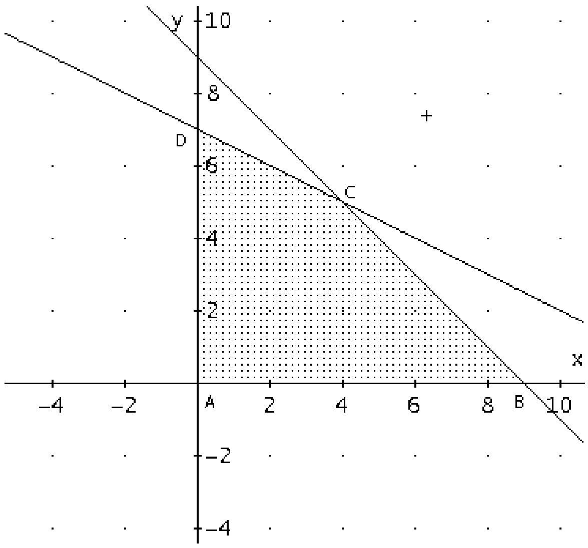
x = nº de trenes en el sentido $A \to B$
y = nº de trenes en el sentido $B \to A$

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 100x + 100y \le 900 \\ 100x + 200y \le 1400 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $f(x,y) = 10000x + 11000y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:

A(0, 0), B(9, 0), C(4, 5) y D(0, 7)

Evaluamos la función objetivo en esos puntos:

$f_A(0,0) = 0$

$f_B(9,0) = 90\ 000$

$f_C(4,5) = 95\ 000$

$f_D(0,7) = 77\ 000$

Para que el beneficio de la empresa de transportes sea máximo han de circular 4 trenes en el sentido $A \to B$ y 5 trenes en el sentido $B \to A$, en cuyo dicho beneficio asciende a 95 000 €.

R2-05) Un comerciante dispone en el almacén de 38 kg. de arroz en bolsas de 1 kg. y de 17 kg. de azúcar también en bolsas de 1 kg. Quiere liquidar estas existencias y para ello pone a la venta dos lotes de la forma:

Lote A: 3 kg. de arroz y 2 kg. de azúcar a 4´6 euros la unidad;

Lote B: 4 kg. de arroz y 1 kg. de azúcar a 4´8 euros la unidad.

Por cuestiones de estrategia comercial decide vender un máximo de 7 unidades del lote A y 8 unidades del lote B. **1)** Representa la región factible. **2)** Halla el número de lotes de cada tipo que debe vender para que el beneficio sea el máximo posible. **3)** Calcula ese beneficio máximo.

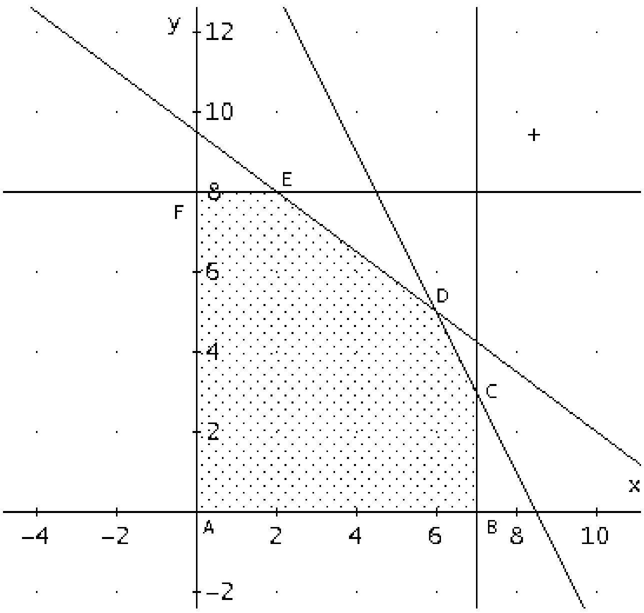
		Arroz	Azúcar	Precio	
Lote A	x	3	2	4.6	7
Lote B	y	4	1	4.8	8
		38	17		

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 3x+4y\le 38 \\ 2x+y\le 17 \\ x\le 7 \\ y\le 8 \\ x\ge 0,\ y\ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es el beneficio: $B(x,y)=4.6x+4.8y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:
A(0, 0), B(7, 0), C(7, 3), D(6, 5), E(2, 8), y F(0, 8).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$\begin{cases} B_A(0,0)=0 \\ B_B(7,0)=\dfrac{161}{5}=32.2 \\ B_C(7,3)=\dfrac{233}{5}=47.6 \\ B_D(6,5)=\dfrac{258}{5}=51.6 \\ B_E(2,8)=\dfrac{238}{5}=47.6 \\ B_F(0,8)=\dfrac{192}{5}=38.4 \end{cases}$$

El beneficio máximo del comerciante se obtiene al vender 6 lotes de tipo A y 5 lotes de tipo B, en cuyo caso el beneficio es de 51.6 €.

J-06) En una tienda de artículos deportivos se pueden adquirir, entre otros productos, raquetas de bádminton y raquetas de tenis. El beneficio por la venta de cada raqueta es de 20 y 25 euros, respectivamente. Por cuestiones de estrategia comercial, se decide vender al día, como máximo, 6 raquetas de bádminton y 5 de tenis. Considerando que el número total de raquetas vendidas no puede ser mayor que 7, **1)** representa la región factible, **2)** halla el número de raquetas que debe venderse de cada clase para que el beneficio sea máximo y **3)** calcula ese beneficio máximo.

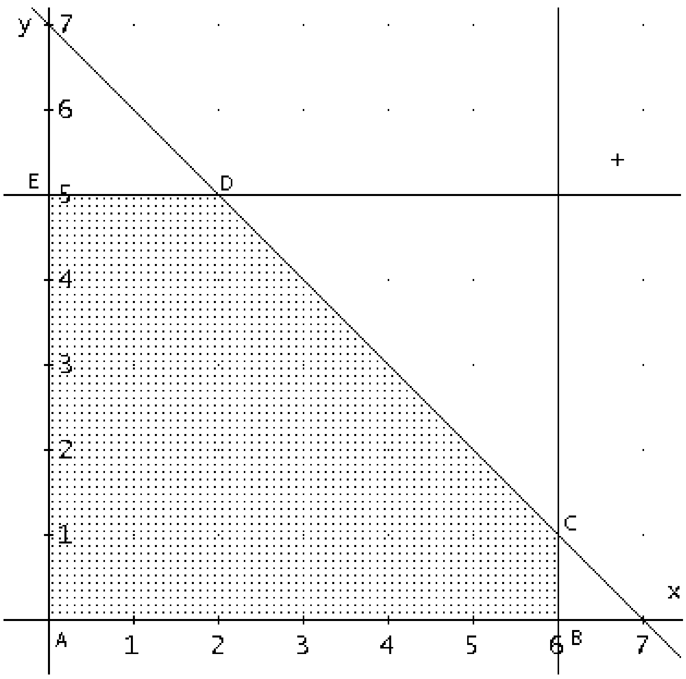
x = número de raquetas de bádminton
y = número de raquetas de tenis

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 5 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $f(x, y) = 20x + 25y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:
A(0, 0), B(6, 0), C(6, 1), D(2, 5) y E(0, 5).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$\begin{cases} f_A(0,0) = 0 \\ f_B(6,0) = 120 \\ f_C(6,1) = 145 \\ f_D(2,5) = 165 \\ f_E(0,5) = 125 \end{cases}$$

Para que la tienda de artículos deportivos obtenga el mayor beneficio, ha de vender 2 raquetas de bádminton y 5 raquetas de tenis, en cuyo caso el beneficio máximo obtenido es de 165 €.

S-06) Un establecimiento de electrodomésticos decide ofrecer a sus clientes habituales lavadoras a 200 euros la unidad y frigoríficos a 250 euros la unidad. Para atender esta oferta, se dispone de 10 lavadoras y 7 frigoríficos. Considerando que el doble del número de lavadoras que se vendan más el triple del número de frigoríficos no puede ser mayor que 29, **1)** representa la región factible, **2)** determina cuántas unidades de cada uno de los electrodomésticos citados deben venderse para que el beneficio sea máximo, **3)** calcula ese beneficio máximo.

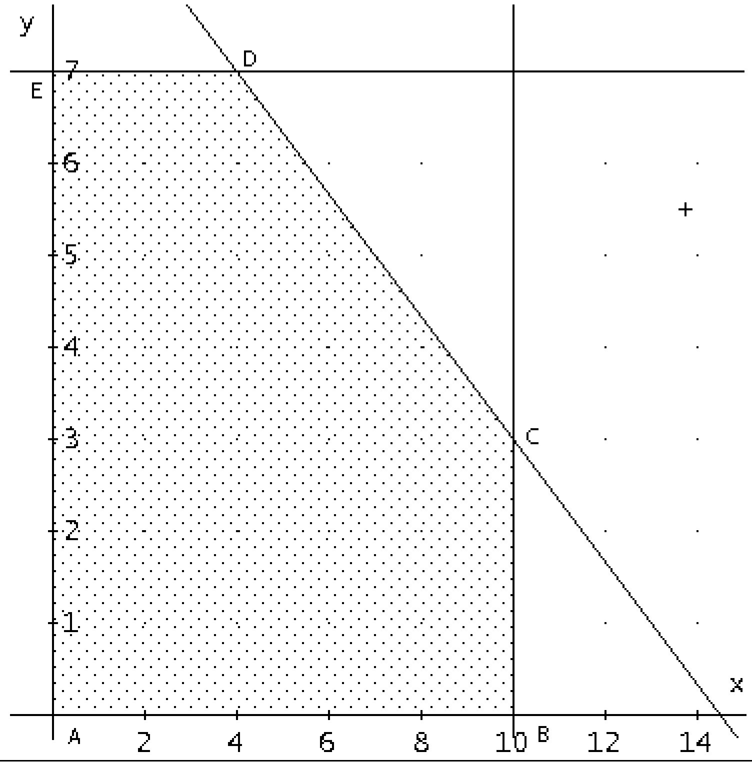
x = número de lavadoras
y = número de frigoríficos

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \le 10 \\ y \le 7 \\ 2x + 3y \le 29 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $B(x, y) = 200x + 250y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Calculamos los puntos extremos de la región factible:

A(0, 0), B(10, 0), C(10, 3), D(4, 7) y E(0, 7).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$\begin{cases} B_A(0,0) = 0 \\ B_B(10,0) = 2000 \\ B_C(10,3) = 2750 \\ B_D(4,7) = 2550 \\ B_E(0,7) = 1750 \end{cases}$$

Para que los beneficios del establecimiento sean máximos, ha de vender 10 lavadoras y 3 frigoríficos, en cuyo caso el beneficio obtenido es de 2 750 €.

R1-06) Un bazar especializado en enseres para el hogar realiza a sus clientes, y solamente para la 1ª hora de apertura del establecimiento, la siguiente oferta:

Lote A: 1 tenedor, 2 cucharas y 1 sacacorchos.
Lote B: 2 tenedores, 1 cuchara y 1 sacacorchos.

Los precios de cada lote son de 1,5 y 1,3 euros, respectivamente. Para cubrir esta oferta, el bazar dispone de 40 tenedores, 40 cucharas y 24 sacacorchos. **1)** Representa la región factible. **2)** Halla el número de lotes de cada clase que se deben vender para que el beneficio sea máximo. **3)** Calcula ese beneficio máximo.

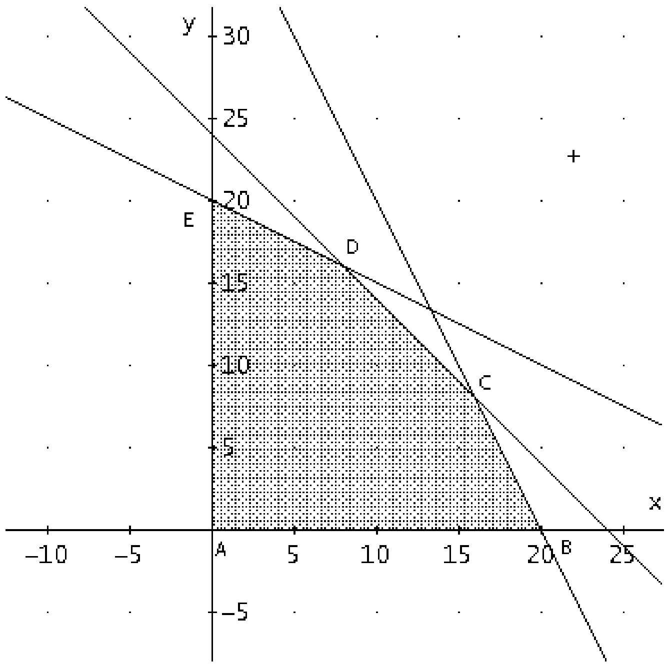
		Tenedores	Cucharas	Sacacorchos	Precio
Lote A	x	1	2	1	1.5
Lote B	y	2	1	1	1.3
Existencias		40	40	24	

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x+2y\le 40 \\ 2x+y\le 40 \\ x+y\le 24 \\ x\ge 0,\ y\ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es el beneficio: $B(x,y)=1.5x+1.3y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son:

A(0, 0), B(20, 0), C(16,8), D(8,16) y E(0, 20).

Evaluamos la función objetivo en esos puntos:

$$\begin{cases} B_A(0,0)=0 \\ B_B(20,0)=30 \\ B_C(16,8)=\dfrac{172}{5}=34.4 \\ B_D(8,16)=\dfrac{164}{5}=32.8 \\ B_E(0,20)=26 \end{cases}$$

Los beneficios máximos se obtienen al vender 16 lotes de tipo A y 8 lotes de tipo B, en cuyo caso el beneficio máximo es de 34.4 €.

R2-06) Un video-club ofrece a sus clientes la siguiente oferta fin de semana:

Lote A: 1 película de acción, 2 películas románticas y 7 infantiles.

Lote B: 2 películas de acción, 3 películas románticas y 4 infantiles.

Los precios de cada lote son de 6 y 4'80 euros, respectivamente. Para cubrir esta oferta, el vídeo-club dispone de 40 películas de acción, 62 películas románticas y 126 infantiles. **1)** Representa la región factible**. 2)** Halla el número de lotes de cada clase que deben alquilarse para que el beneficio sea máximo. **3)** Calcula ese beneficio máximo.

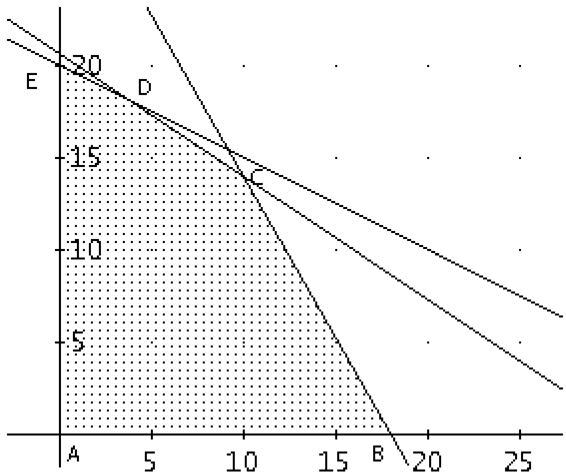
		Películas			
		Acción	Románticas	Infantiles	Precio
Lote A	x	1	2	7	6
Lote B	y	2	3	4	4.80
Disponibilidad		40	62	126	

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x+2y\le 40 \\ 2x+3y\le 62 \\ 7x+4y\le 126 \\ x\ge 0,\ y\ge 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es: $B(x,y)=6x+4.8y$

DIBUJO DE LA REGIÓN FACTIBLE:



Los puntos extremos de la región factible son: A(0, 0), B(18, 0), C(10, 14), D(4, 18) y E(0,20).

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$\begin{cases} B_A(0,0)=0 \\ B_B(18,0)=108 \\ B_C(10,14)=\dfrac{636}{5}=127.2 \\ B_D(4,18)=\dfrac{552}{5}=110.4 \\ B_E(0,20)=96 \end{cases}$$

Para que los beneficios del video club sean máximos tiene que alquilar 10 lotes de tipo A y 14 lotes de tipo B, en cuyo caso el beneficio es de 127.2 €.

J-07) Una persona tiene 1500 euros para invertir en dos tipos de acciones A y B. El tipo A tiene un interés simple anual del 9% y el tipo B del 5%. Decide invertir como máximo 900 euros en acciones A y como mínimo 300 euros en acciones del tipo B y además decide invertir en A por lo menos tanto como en B. **1)** Dibuja la región factible. **2)** ¿Cómo debe invertir los 1500 euros para que los beneficios anuales sean los máximos posibles? **3)** Calcula esos beneficios anuales máximos.

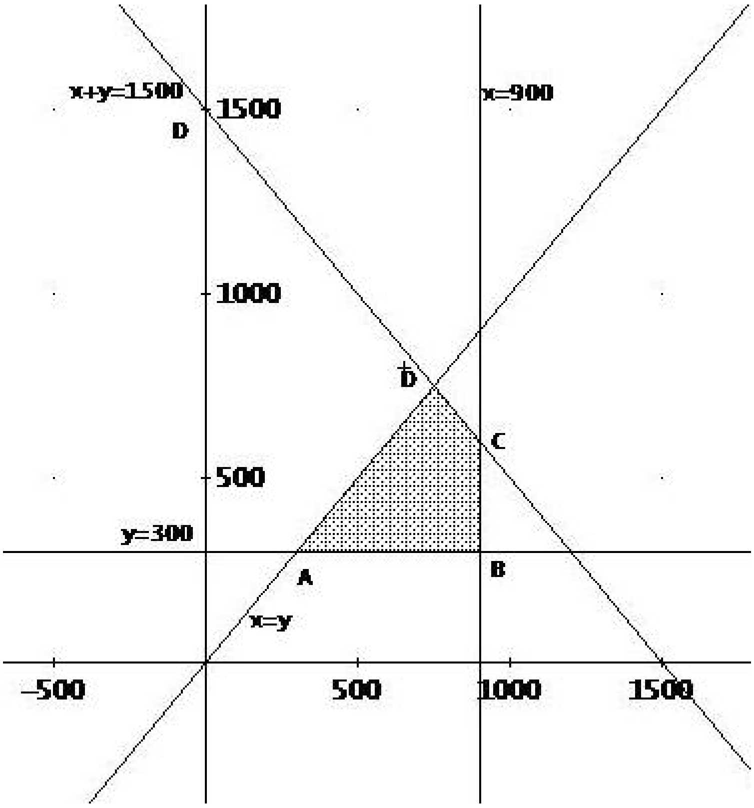
Llamamos x = nº de acciones del tipo A
y = nº de acciones de tipo B

Las restricciones que tenemos son:

$$\begin{cases} x+y\leq 1500 \\ x\leq 900 \\ y\geq 300 \\ x\geq y \\ x,y\geq 0 \end{cases}$$

y la función objetivo $f(x,y)=0.09x+0.05y$

La región factible es la representada en la figura:



Calculamos los puntos extremos:
A (300, 300)
B (900, 300)
C (900, 600)
D (750, 750)

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$$f_A(300,300)=42$$

$$f_B(900,300)=96$$

$$\boxed{f_C(900,600)=111}$$

$$f_D(750,750)=105$$

Por tanto, para que los beneficios sean máximos ha de invertir 900 euros en acciones de tipo A y 600 euros en acciones de tipo B, en cuyo el beneficio obtenido es de 111 euros.

S-07) Una fábrica de lámparas produce dos modelos A y B. El modelo A necesita dos horas de trabajo de chapa y 1 una hora de pintura. El modelo B necesita una hora de chapa y 2 de pintura. Semanalmente se emplean como máximo 80 horas en trabajos de chapa y 100 horas en trabajos de pintura. Cada unidad del modelo A se vende a 75 euros y cada unidad del modelo B a 80 euros. **1)** Dibuja la región factible. **2)** Determina el número de lámparas de cada tipo que interesa producir para que el beneficio obtenido con su venta sea lo mayor posible. **3)** Calcula el beneficio máximo

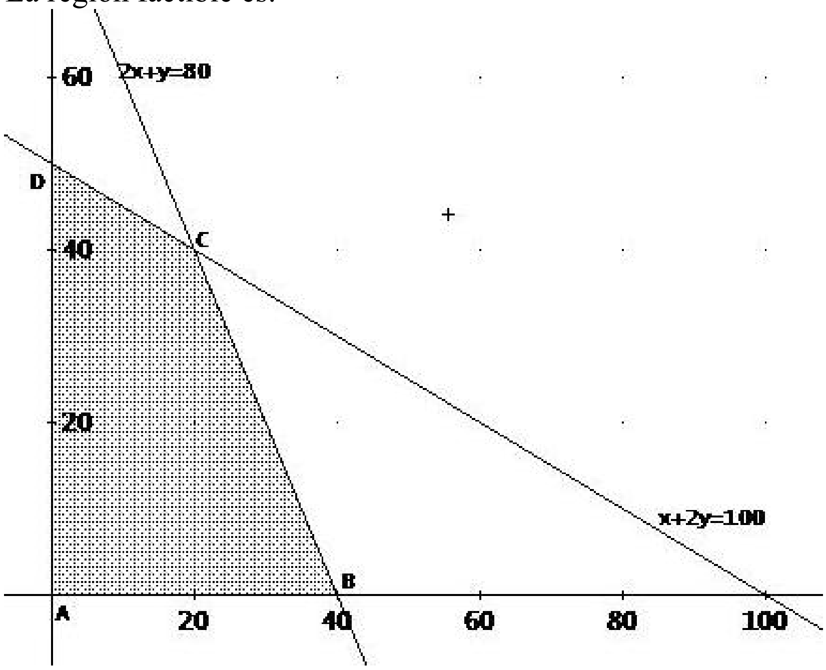
		Chapa	Pintura	Precio
Modelo A	x	2	1	75
Modelo B	y	1	2	80
		80	100	

La función objetivo a maximizar es el beneficio: $f(x,y)=75x+80y$

Las restricciones que se deducen de la tabla son:

$$\begin{cases} 2x+y\le 80 \\ x+2y\le 100 \\ x,y\ge 0 \end{cases}$$

La región factible es:



Los puntos extremos son:

A (0, 0)
B (40, 0)
C (20, 40)
D (0, 50)

Evaluamos la función objetivo en dichos puntos:

$f_A(0,0)=0$

$f_B(40,0)=3000$

$\boxed{f_C(20,40)=4700}$

$f_D(0,50)=4000$

Para que el beneficio sea máximo la fábrica tiene que producir 20 lámparas del modelo A y 40 lámparas del modelo B, siendo el beneficio de 4 700 €.

R1-07) Una fábrica de artículos de cerámica lanza al mercado platos y jarrones para adorno al precio de 20 euros cada plato y 15 euros cada jarrón. Cada plato necesita 25 minutos de modelado y 25 minutos de pintura y cada jarrón necesita 30 minutos de modelado y 10 minutos de pintura. El número de operarios existentes en la fábrica permite dedicar un máximo de 25 horas para trabajos de modelado y 16 horas y 40 minutos para trabajos de pintura. **1)** Dibuja la región factible. **2)** ¿Cuántas piezas de cada clase conviene fabricar para que el beneficio obtenido con su venta sea lo mayor posible? **3)** Calcula el beneficio máximo posible.

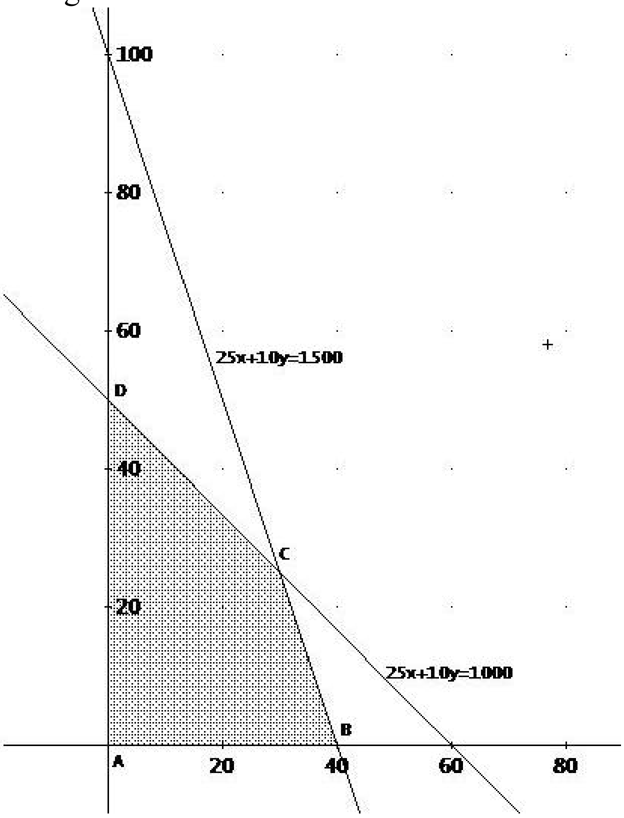
		Chapa	Pintura	Precio
Platos	x	25\`	25'	20
Jarrones	y	30'	10'	15
		25h = 1500'	16h40' =1000'	

La función objetivo a maximizar es: $f\left(x,y\right)=20x+15y$

Las restricciones para la región factible son

$$\begin{cases} 25x+30y\leq 1500 \\ 25x+10y\leq 1000 \\ x,y\geq 0 \end{cases}$$

La región factible es:



Los puntos extremos son:

A (0, 0)
B (40, 0)
C (30, 25)
D (0, 50)

Evaluamos en dichos puntos:

$$\begin{cases} f_A\left(0,0\right)=0 \\ f_B\left(40,0\right)=800 \\ \boxed{f_C\left(30,25\right)=975} \\ f_D\left(0,50\right)=750 \end{cases}$$

Para que el beneficio sea máximo tienen que producir 30 platos y 25 jarrones, siendo el beneficio de 975 €.

R2-07) Una fábrica de trofeos deportivos realiza la siguiente oferta diaria:
Lote A: 3 medallas y cuatro placas. Precio de venta: 25 euros.
Lote B: 4 medallas y una placa. Precio de venta: 30 euros.
Para atender las peticiones diarias dispone en el almacén de 37 medallas y 32 placas.
Por razones de estrategia comercial decide no vender más de 7 unidades del lote B. **1)** Dibuja la región factible. **2)** Determina el número de lotes de cada tipo que debe vender para que el beneficio obtenido sea máximo. **3)** Calcular ese beneficio máximo.

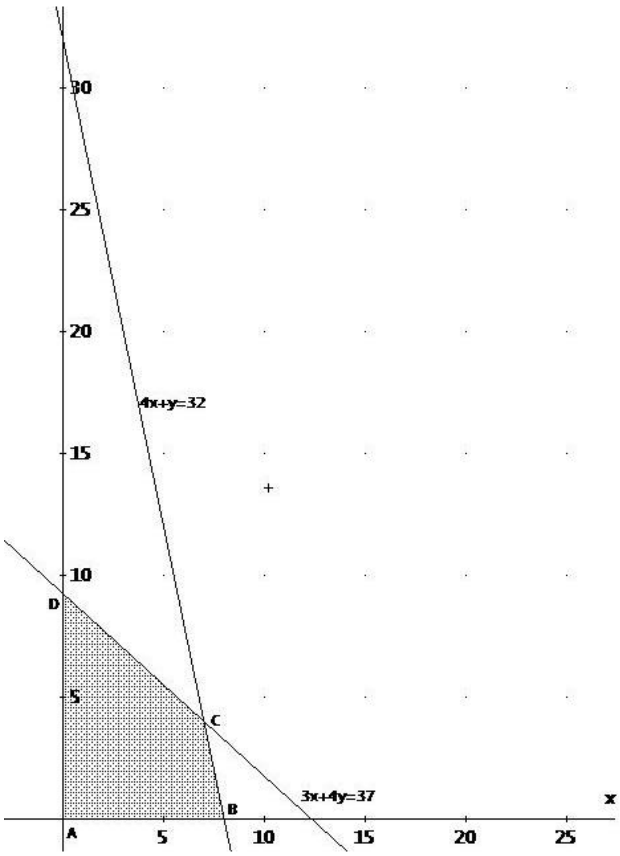
		Medallas	Placas	Precio
Lote A	x	3	4	25
Lote B	y	4	1	30
		37	32	

La función objetivo a maximizar es: $f(x,y)=25x+30y$

Las restricciones para la región factible son

$$\begin{cases} 3x+4y\le 37 \\ 4x+y\le 32 \\ x,y\ge 0 \end{cases}$$

La región factible es:



Los puntos extremos son:
A (0, 0)
B (8, 0)
C (7, 4)
D (0, 9)

Evaluamos en dichos puntos:

$$\begin{cases} f_A(0,0)=0 \\ f_B(8,0)=200 \\ \boxed{f_C(7,4)=295} \\ f_D(0,9)=270 \end{cases}$$

Para que el beneficio sea máximo tienen que vender 7 lotes de tipo A y 4 lotes de tipo B, siendo el beneficio de 295 €.