INDETERMINACIONES

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\frac{k}{0}$ CON $k \neq 0$

Se calculan los límites laterales: $\lim_{x\to a+} f(x)$, $\lim_{x\to a-} f(x)$

Si existen ambos límites y coincide su valor, entonces:

$$\exists \lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a+} f(x) = \lim_{x\to a-} f(x)$$

Si no existe alguno de los límites laterales o no coincide su valor, entonces, no existe $\lim_{x\to a} f(x)$.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\left[\frac{0}{0}\right]$

a) <u>Para funciones racionales</u>

Se descomponen numerador y denominador en factores y se simplifica.

b) <u>Para funciones irracionales</u>

Si se trata de una función con raíces cuadradas en el numerador (o en el denominador), multiplicamos numerador y denominador por la expresión conjugada del numerador (o del denominador).

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Se divide numerador y denominador por la mayor potencia de x que aparezca en la función (basta con dividir por la mayor potencia de x del denominador).

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $[\infty - \infty]$

a) <u>La función es diferencia de dos funciones racionales</u>

Se efectúa dicha operación.

b) <u>La función es diferencia de funciones irracionales</u>

Multiplicamos y dividimos por la expresión conjugada de la función.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $[0 \cdot \infty]$

Transformar esta indeterminación en una de las anteriores, generalmente efectuando las operaciones.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $[1^{\infty}]$

La indeterminación que nos ocupa se resuelve empleando la siguiente igualdad:

$$\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x\to a} g(x)[f(x)-1]}$$

donde $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$.

INDETERMINACIÓN DEL TIPO $[0^0 \text{ o } \infty^0]$

Estos dos tipos de indeterminaciones se pueden resolver aplicando la siguiente fórmula:

$$\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x\to a} g(x)\ln f(x)}$$

donde $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$.

***Sugerencia**: antes de empezar a calcular el límite, simplifiques todo lo que puedas la función y después hagas los cálculos necesarios para calcularlo.*

ASÍNTOTAS

Llamamos asíntotas de una función a las rectas que se aproxima la función en el infinito.

ASÍNTOTAS VERTICALES

La recta $x = a$ es una asíntota vertical de la función $f(x)$ si existe alguno de los siguientes límites

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty \qquad \lim_{x \to a+} f(x) = \pm\infty \qquad \lim_{x \to a-} f(x) = \pm\infty$$

Observaciones:

(1) Una función *puede tener infinitas asíntotas verticales*.
(2) En las funciones racionales las asíntotas verticales se hallan en los valores x que anulan al denominador.
(3) La gráfica de *la función no puede cortar a las asíntotas verticales*.

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

La recta $y = k$ es una asíntota horizontal de $f(x)$ si existe alguno de los siguientes límites:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = k \qquad \text{o} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = k$$

Observaciones:

(1) Una función tiene *como máximo dos asíntotas horizontales*.

(2) La gráfica de *la función puede cortar a las asíntotas horizontales*.

(3) Para *funciones racionales*:

- Si en una función racional el grado del numerador es menor que el grado del denominador la recta $y = 0$ (el eje OX) es una asíntota horizontal.
- Si en una función racional el grado del numerador y el del denominador son iguales la recta $y = b$ será una asíntota horizontal (b indica el cociente entre los coeficientes líderes del numerador y del denominador).
- Si en una función racional el grado del numerador es una unidad mayor que el del denominador la función presenta una asíntota oblicua y no hay asíntotas horizontales.
- Si en una función racional el grado del numerador es dos o más unidades, mayor que el del denominador hay asíntota horizontal.

ASÍNTOTAS OBLICUAS

La recta $y = mx + n$, $m \neq 0$, es una asíntota oblicua de $f(x)$ si existe alguno de los siguientes límites:

$$\lim_{x \to -\infty} \left(f(x) - mx - n \right) = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - mx - n \right) = 0$$

en cuyo caso $m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x \to \infty} \left(f(x) - mx \right)$

Observaciones:

(1) Una función puede tener *como máximo dos asíntotas oblicuas*.
(2) *Si una función tiene asíntota oblicua no tiene asíntota horizontal y recíprocamente*.
(3) La gráfica de *la función puede cortar a las asíntotas oblicuas* en uno o varios puntos.
(4) Si en una función racional el grado del numerador es dos o más unidades, mayor que el del denominador, no hay asíntota oblicua.