Producto escalar: $\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\;\left|\vec{b}\right|\;\cos\measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)}$

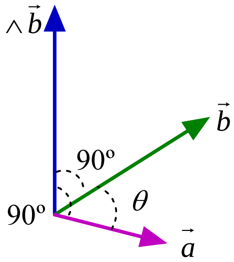
Norma o módulo: $\boxed{\left|\vec{a}\right|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}}$

Distancia: Si $A\left(a_1,a_2,a_3\right)$ y $B\left(b_1,b_2,b_3\right)$

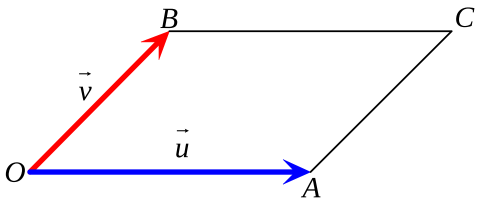
$$\boxed{d\left(A,B\right)=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{\left(b_1-a_1\right)^2+\left(b_2-a_2\right)^2+\left(b_3-a_3\right)^2}}$$

Producto vectorial: Si $\vec{a}=\left(a_1,a_2,a_3\right)$ y $\vec{b}=\left(b_1,b_2,b_3\right)$, entonces:

$$\boxed{\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\wedge\vec{b}\equiv\det\begin{pmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{pmatrix}}$$



Interpretación geométrica: Sean $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$ los representantes de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ con origen en O. Entonces, el módulo del producto vectorial es el área del paralelogramo $OACB$ determinado por $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$:



$$\boxed{\left|\vec{u}\wedge\vec{v}\right|=\text{Área}\left(OACB\right)}$$

Producto mixto: El producto mixto de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ viene dado por:

$$\boxed{\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]=\det\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{pmatrix}}$$

Interpretación geométrica:

Sean $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$ los representantes de $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ con origen en O. Entonces, el valor absoluto del producto mixto de $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ es igual al volumen del paralelepípedo $OBDCAFEG$ determinado por $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$.

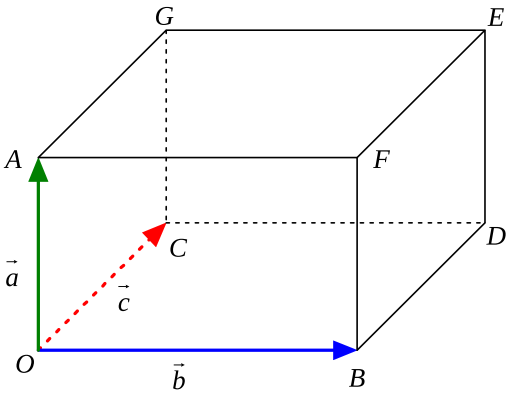
$$\boxed{V\left(\text{paralelepípedo determinado por } \vec{a},\vec{b} \text{ y } \vec{c}\right)=\left|\left[\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}\right]\right|}$$

$$V\left(OBDCAFEG\right)=\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right]\right|$$

ya que

$$V(\text{paralelepípedo})=A_{\text{base}}\cdot\text{altura}=\left|\vec{b}\times\vec{c}\right|\cdot\text{altura}=$$

$$=\left|\left|\vec{b}\times\vec{c}\right|\left|\vec{a}\right|\cos\measuredangle\left\{\vec{a},\vec{b}\times\vec{c}\right\}\right|=\left|\left[\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}\right]\right|$$



Volumen del tetraedro: El volumen del tetraedro $ABCD$ viene dado por:

$$\boxed{V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|}$$

Volumen de una pirámide:

$$\boxed{V_{pirámide} = \frac{1}{3} S_{base} \cdot h}$$

Ángulo que forman dos rectas:

$$\boxed{\measuredangle\{r,s\} = \arccos \frac{\left|\overrightarrow{u_r} \cdot \overrightarrow{u_s}\right|}{\left|\overrightarrow{u_r}\right|\left|\overrightarrow{u_s}\right|}}$$

Caracterización de la perpendicularidad de dos rectas:

$$\boxed{r \perp s \Leftrightarrow \measuredangle\left\{\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_s}\right\} = 90^{\circ}}$$

Ángulo de recta y plano:

$$\boxed{\operatorname{sen} \alpha = \left|\cos\left(90^{\circ} - \alpha\right)\right| = \frac{\left|\vec{u} \cdot \vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right| \; \left|\vec{n}\right|}}$$

Condición de perpendicularidad de recta y plano:

$$r \perp \pi \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow Au_1 + Bu_2 + Cu_3 = 0$$

Condición de paralelismo de recta y plano:

$$\vec{n} \,||\, \vec{u} \Leftrightarrow \vec{n} \wedge \vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{u_1}{A} = \frac{u_2}{B} = \frac{u_3}{C}$$

Ángulo de dos planos:

$$\boxed{\cos \alpha = \left|\cos \measuredangle\left(\vec{n}, \overrightarrow{n'}\right)\right|}$$

Condición de perpendicularidad de dos planos:

$$\vec{n} \perp \overrightarrow{n'} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{n'} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$$

Distancia de un punto a un plano: La distancia del punto $P\left(p_1, p_2, p_3\right)$ al plano

$$\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$$

es

$$\boxed{d\left(P, \pi\right) = \frac{\left|Ap_1 + Bp_2 + Cp_3 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$$

Distancia de una recta a un plano: La distancia de un plano π a una recta r paralela a él, viene dada por:

$$\boxed{d\left(r, \pi\right) = d\left(P, \pi\right) \text{ donde } P \in r}$$

Distancia de un punto a una recta: La distancia del punto P a la recta $r \equiv \left\{A, \overrightarrow{u_r}\right\}$ viene dada por:

$$\boxed{d\left(P, r\right) = \frac{\left|\overrightarrow{u_r} \times \overrightarrow{AP}\right|}{\left|\overrightarrow{u_r}\right|}}$$

Distancia entre dos rectas: La distancia entre las rectas $r \equiv \left\{A, \overrightarrow{u_r}\right\}$ y $r' \equiv \left\{A', \overrightarrow{u_{r'}}\right\}$ es:

$$\boxed{d\left(r, r'\right) = \left|\frac{\det\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_{r'}}, \overrightarrow{A_{r'}A_r}\right)}{\left|\overrightarrow{u_r} \wedge \overrightarrow{u_{r'}}\right|}\right|}$$

Distancia entre dos planos: Si los planos son paralelos, la distancia entre ambos es igual a la distancia entre cualquier punto P de uno de los planos al otro.

Perpendicular común a dos rectas: La perpendicular común a las rectas $r \equiv \left\{A, \overrightarrow{u_r}\right\}$ y $r' \equiv \left\{A', \overrightarrow{u_{r'}}\right\}$ tiene las siguientes ecuaciones:

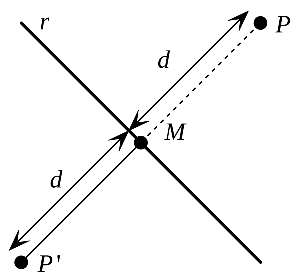
$$\boxed{p \equiv \begin{cases} \det\left(\overrightarrow{A_r X}, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_r} \wedge \overrightarrow{u_{r'}}\right) = 0 \\ \det\left(\overrightarrow{A_{r'} X}, \overrightarrow{u_{r'}}, \overrightarrow{u_r} \wedge \overrightarrow{u_{r'}}\right) = 0 \end{cases}}$$

donde X es un punto genérico de la perpendicular común p.

Punto medio de un segmento: Dados dos puntos en el espacio $A(a_1, a_2, a_3)$ y $B(b_1, b_2, b_3)$, el punto medio del segmento $\overline{AB}$ es:

$$\boxed{M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2}\right)}$$

Puntos simétricos respecto de una recta: Dos puntos P y P' son simétricos respecto de una recta r, si el plano r es perpendicular al segmento $\overline{PP'}$ en su punto medio. Dicha recta recibe el nombre de recta de simetría.



Dados una recta r y un punto P no perteneciente a ella, para determinar el simétrico de P respecto de r seguimos los siguientes pasos:

1) Obtenemos la ecuación del plano π perpendicular a r y que pasa por P.
2) Hallamos el punto M de intersección de r y π.
3) Determinamos el punto P' simétrico de P respecto de M.

Puntos simétricos respecto de un plano: Dos puntos P y P' son simétricos respecto de un plano π, si el plano π es perpendicular al segmento $\overline{PP'}$ en su punto medio. Dicho plano recibe el nombre de plano de simetría.

Dados un plano π y un punto P no perteneciente a él, para determinar el simétrico de P respecto de π seguimos los siguientes pasos:

1) Obtenemos la ecuación de la recta r perpendicular al plano π y que pase por P.
2) Hallamos el punto M de intersección de r y π.
3) Determinamos el punto P' simétrico de P respecto de M.