ECUACIONES BICUADRADAS, RADICALES, DE GRADO SUPERIOR A 2 Y CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas, comprobando las soluciones obtenidas:

1) $x^4 - 26x^2 = -25$
2) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$
3) $4x^4 + 9 = 37x^2$
4) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
5) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
6) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
7) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
8) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$
9) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$
10) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales, comprobando las soluciones obtenidas:

1) $\sqrt{x+4} = 7$
2) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$
3) $x + \sqrt{5x+10} = 8$
4) $2\sqrt{x-3} - x + 3 = 0$
5) $5\sqrt{2x-5} - 1 = 2x$
6) $\sqrt{10-x} + 3x = 6$
7) $2x + \sqrt{x+4} = 2$
8) $x + 1 - \sqrt{5x-1} = 0$
9) $6\sqrt{x} - 5 = x + 3$
10) $4 + x + 4\sqrt{x} = 36 + x$
11) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$
12) $\sqrt{2x-3} + 1 = x$
13) $\sqrt{3x-5} + 1 = x - 2$
14) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+10} - 7 = 0$
15) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$
16) $36 + x + 4 - 12\sqrt{x+4} = 2x - 1$
17) $x + 5 - 49 - 2x = 8 - 14\sqrt{2x+8}$
18) $7 + 2x = 1 + x + 3 + 2\sqrt{3+x}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizadas:

1) $x^2(x-1)(x+1) = 0$
2) $x^2(2x-3) = 0$
3) $x(x-4)(x+3) = 0$
4) $(x-1)(x-2)(x-4) = 0$
5) $2x(x-3)(x+4)$
6) $x^2(x-1)(x+10) = 0$
7) $3x(x+2)(x-5) = 0$
8) $3x^2(x^2-5) = 0$
9) $(x+1)\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right) = 0$
10) $(x+2)(x-3)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right) = 0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizadas:

1) $(2x-3)^2=0$

2) $(2x+3)(2x-3)=0$

2) $(6x-2)(5x^2-45x)=0$

3) $\frac{3x^2-5}{4}(2x^2-3x+x^2+5x)=0$

4) $(5x^2-4x)(x^2-2x+1)=0$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a dos:

1) x^4-x^2

2) $2x^3-3x^2$

3) x^3-x^2-12x

4) $x^3-7x^2+14x-8$

5) $2x^3+2x^2-24x$

6) $x^4+9x^3-10x^2$

7) $3x^3-9x^2-30x$

8) $3x^4-15x^2$

9) x^3+x^2-5x-5

10) $x^4-x^3-9x^2+3x+18$

6. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-2)^2}{x^2}-\frac{1}{2x}=\frac{8+3x}{2x^2}-\frac{2}{x}$

b) $\frac{3x+1}{x^3}+\frac{x+1}{x}=1+\frac{2x+3}{x^2}$

c) $\frac{x+1}{x-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{x-2}{x^2-1}$

d) $\frac{x^2+4}{x^2-1}-\frac{1}{x-1}=\frac{2x+1}{x+1}$

e) $\frac{1+x}{x-3}-\frac{x}{3x-9}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x-3}\right)$

f) $\frac{x-3}{x}+\frac{x+3}{x^2}=\frac{2}{3}$

SOLUCIONES:

Ejercicio 1:

1)	± 1 y ± 5	2)	± 2 y $\pm 1/2$	3)	± 3 y $\pm 1/2$	4)	± 1 y ± 3
5)	± 1 y $\pm 1/2$	6)	± 1 y $\pm\sqrt{2}$	7)	± 2 y ± 3	8)	± 3
9)	± 3 y ± 5	10)	$\pm 1/2$ y $\pm 1/3$				

Ejercicio 2:

1)	45	2)	4	3)	3	4)	3 y 7
5)	7 y 9/2	6)	1	7)	0	8)	1 y 2
9)	4 y 16	10)	64	11)	4/3	12)	2
13)	7	14)	6	15)	3	16)	5
17)	4 y 284	18)	-3 y 1				

Ejercicio 3:

1)	0, 0, - 1, 1	3)	0, 4, - 3	5)	0, 3, - 4	7)	0, - 2, 5	9)	$-1, \pm\sqrt{5}$
2)	0, 0, 3/2	4)	1, 2, 4	6)	0, 0, 1, - 10	8)	0, 0, ± 5	10)	$-2, 3, \pm\sqrt{3}$

Ejercicio 4:

1)	3/2 y 3/2	2)	$\pm$ 3/2	3)	0, 0, 0, - 2	4)	$\pm\sqrt{\frac{5}{3}}, 0, -\frac{2}{3}$	5)	0,4/5, 1, 1

Ejercicio 5:

1)	0, 0, - 1, 1	3)	0, 4, - 3	5)	0, 3, - 4	7)	0, - 2, 5	9)	$-1, \pm\sqrt{5}$
2)	0, 0, 3/2	4)	1, 2, 4	6)	0, 0, 1, - 10	8)	0, 0, ± 5	10)	$-2, 3, \pm\sqrt{3}$