

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican:

- a) $x^2 + y^2$ para $x = 2, y = 5$
- b) $a^2 - b^2$ para $a = 15, b = 5$
- c) $(1 - 2x)(1 - 2x)x$ para $x = 0.2$
- d) πr^2 para $r = 5, r = 10, r = 100$

2. Dados los monomios $A(x) = 5x^2, B(x) = 3x, C(x) = 7x^3$ y $D(x) = 2x^2$, efectúa las siguientes operaciones:

- a) $A(x) + D(x)$
- b) $A(x) - D(x)$
- c) $A(x) + B(x)$
- d) $A(x)C(x)$
- e) $A(x)D(x)$
- f) $B(x)D(x)$

3. Dados los polinomios $P(x) = 5x^2 - 3x + 2, Q(x) = 2x^3 - 1$ y $R(x) = x + 1$, efectúa las siguientes operaciones:

- a) $P(x) + Q(x)$
- b) $P(x) - Q(x)$
- c) $P(x)Q(x)$
- d) $P(x) - R(x)$
- e) $R(x) - Q(x)$
- f) $P(x)R(x)$

4. Efectúa las sumas y diferencias que se indican y reduce los términos semejantes:

- a) $(a - b) - (b + c - d) + (2b - a)$
- b) $x + [(y - x) - (y - z)]$
- c) $a^2 - (b^2 - c^2) + b^2 - (a^2 + c^2) - c^2 - (a^2 - b^2)$
- d) $(a + 2b - 6a) - [3b - (6a - 6b)]$
- e) $(x + y - z) - (x - y + z) + (-x + y + z) - (-x - y + z)$
- f) $(4x^3 - 2x^2 + x + 1) - (3x^3 - x^2 - x - 7) - (x^3 - 4x^2 + 2x + 8)$

5. Calcula las siguientes potencias:

- a) $x \cdot x$
- b) $x^2 \cdot x^3$
- c) $(x^2)^5$
- d) $[(-a^2)^3]^4$
- e) $[(a^2)^3]^8$
- f) $(a^3b^3)^7$

6. ¿Verdadero o falso? Razónalo.

- a) $x \cdot x = 2x$
- b) $(a^2)^4 = a^6$
- c) $x^3 = 3x$
- d) $x^2 + x^3 = x^5$
- e) $x^2 \cdot x^3 = x^5$
- f) $(x + y)^2 = x^2 + y^2$

7. Haz los productos que se indican aplicando la propiedad distributiva y reduce los términos semejantes:

- a) $(a + b)(a + b)$

- b) $(a+b)(a-b)$
- c) $(a+b+c)(a+b-c)$
- d) $(a+b-c)(a-b+c)$
- e) $(x-a)(x-b)(x-c)$

8. Opera y simplifica las siguientes expresiones:

- a) $(x-a)(x-b)+(x-c)(x-d)$
- b) $(a+b)(b+c)-(c+d)(d+a)$
- c) $(a+b)x+(b+c)y-[(a-b)x-(b-c)y]$
- d) $(a+b-c)(a+b)+(a-b+c)(a+c)$
- e) $(a-b)(a+b-c)+(b-c)(b+c-a)$

9. Calcula los cuadrados de los binomios que se indican y reduce luego los términos semejantes:

- a) $(x+a)^2$
- b) $(x-m)^2$
- c) $(2a+9b)^2$
- d) $(x^2+8)^2$
- e) $(x^6+a)^2$
- f) $(3a^3-10)^2$
- g) $(7+x)^2$
- h) $(a^m+y^n)^2$

10. Calcula directamente los productos de las sumas por diferencias:

- a) $(a+b)(a-b)$
- b) $(x+2a)(x-2a)$
- c) $(3x+1)(3x-1)$
- d) $(x^3y^3+2)(x^3y^3-2)$

11. Calcula el valor de la siguiente expresión sin realizarla (tempo 15 s). Observa cómo son entre sí los paréntesis. Si no lo ves, puedes hacer las operaciones indicadas.

$$(a+b-c-d)^2 - (c+d-a-b)^2$$

12. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican, realizando el cálculo:

- a) Directamente
- b) Después de reducir la expresión
- 1) $a^2 + 2ab + b^2$ para $a = 7, b = 3$
- 2) $a^2 - 2ab + b^2$ para $a = 7, b = 3$
- 3) $a^2 - b^2$ para $a = 15, b = 5$
- 4) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ para $a = 13, b = 3$
- 5) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ para $a = 13, b = 3$

13. En las siguientes relaciones hay errores muy graves en la utilización de la regla de los signos. ¿Cuáles son?

- a) $-(x^2 + x - 2) = -x^2 + x - 2$
- b) $-\frac{3x^2 - 9x}{3} = -x^2 - 3$

14. En las siguientes relaciones hay errores muy graves en la utilización de la propiedad distributiva. ¿Cuáles son?

- a) $x(x+y) = x^2 + y$
- b) $(3a+2)(1-b) = 3a - 2b$
- c) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
- d) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
- e) $2x + 3(3x-1) = 6x - 2x + 9x - 3$

15. Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos:

- a) $9x^2 + 24x + \dots$
- b) $x^2 + 2x + \dots$
- c) $x^2 - 2x + \dots$
- d) $x^2 - 6x + \dots$
- e) $4x^2 + \dots + 9$
- f) $9x^2 + \dots + 16$

16. Sacar factor común en las siguientes expresiones algebraicas:

- a) $3x^2 - 5x^4$
- b) $5x - 25x^2y$
- c) $7x^3 - 14x^6$
- d) $a^2 + ab + ac + bc$
- e) $ax - ay - bx + by$
- f) $a^2 - c^2 + acd + abc$

17. En el trinomio $ax^2 + bx + c$, calcula $b^2 - 4ac$ en los siguientes casos:

- a) $x^2 - 5x + 6$
- b) $9x^2 - 24x + 16$
- c) $3x^2 - 8x + 5$
- d) $x^2 + 3x - 10$

18. Observa que:

$$8 \cdot 8 - 1 = 7 \cdot 9 \qquad 15 \cdot 15 - 1 = 14 \cdot 16 \qquad 31 \cdot 31 - 1 = 30 \cdot 32$$

Comprueba si es cierto para otros valores y trata de expresar mediante una identidad algebraica esta situación.

19. Con 40 cm de cuerda se quieren construir distintos rectángulos. ¿Cuál será la expresión general del área de estos rectángulos?

20. La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos, ¿es par o impar? Razónalo.

21. Demuestra que la diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es par.

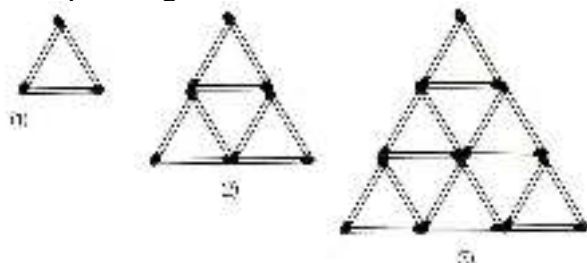
22. Si dos números se diferencian en 7 unidades, la diferencia de sus cuadrados es igual a 7 veces la suma. Razónalo.

23. Observa en un calendario un mes cualquiera; por ejemplo, el siguiente:

L	M	X	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

En cada uno de los recuadros señalados, u otros análogos, trata de hallar las sumas cruzadas y los productos cruzados. ¿Qué observas? Expresa mediante identidades algebraicas los resultados obtenidos.

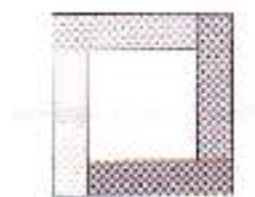
24. Observa las siguientes figuras. ¿Cuántas cerillas se necesitarán para construir una figura análoga que ocupe el lugar enésimo?



25. La figura siguiente sirve para demostrar la identidad algebraica:

$$4ab + (a-b)^2 = (a+b)^2$$

¿Qué representan a y b ?



26. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^3 + 4x^2 + 6x) : x$

b) $(x^3 + 3x^2 + 2x - 1) : x$

c) $(4x^3 - 8x^2 - 6x) : 2x$

27. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 3x - 4) : (x^2 + x + 2)$

b) $(x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6) : (x^2 - x + 2)$

c) $(6x^4 - x^3 + 5x^2 + 3x - 14) : (2x^2 - 3x + 7)$

28. Efectúa las siguientes divisiones efectuando la división ordinaria y el método de Ruffini:

a) $(3x^5 + 2x + 1) : (x + 1)$

b) $(x^6 + x^2 - 3) : (x + 3)$

c) $(x^9 + x^5 + 1) : (x - 2)$

29. Utilizando el valor numérico, halla el resto de:

a) $(x^3 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$

b) $(x^3 - 1) : (x - 1)$

c) $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

30. Utilizando el valor numérico, comprueba si son exactas las siguientes divisiones:

a) $(x^4 - 16):(x + 2)$

b) $(x^6 + 64):(x - 2)$

c) $(x^{99} + 1):(x - 1)$

31. Utilizando el valor numérico, halla el valor de m en los polinomios siguientes, sabiendo que:

a) $5x^4 + mx^3 + 2x - 3$ es divisible por $x + 1$

b) $3x^2 - mx + 10$ es divisible por $x - 5$

c) $3x^3 - 7x^2 - 9x - m$ es divisible por $x - 3$

32. Utilizando el valor numérico, comprueba si son ciertas las afirmaciones:

a) $x^3 - 1$ tiene por factor a $x - 1$

b) $x^3 + 1$ tiene por factor a $x + 1$

c) $x^4 - 17x^2 + 16$ tiene por factor a $x - 4$

33. Factoriza los siguientes trinomios:

a) $x^2 - x - 2$

d) $66 + 5x - x^2$

b) $x^2 - 11x + 30$

e) $3x^2 + 10x + 3$

c) $42 - x - x^2$

f) $2x^2 - x - 1$

34. ¿Qué valor ha de tomar k para que $x + 3$ sea un factor de $x^3 - 4x + 12k$?

35. Utilizando el valor numérico, halla el valor de m para que el polinomio $5x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 4x + m$ tenga por resto 130 al dividirlo por $x + 2$.

36. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 - x^2 - 4$

b) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

c) $2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$

d) $x^3 - 5x^2 + 6x$

e) $x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 96x - 80$

f) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$

g) $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

37. Determina a y b para qué $x^3 + ax^2 + bx + 5$ sea divisible por $x^2 + x + 1$.