Junio 2010.

4A. a) Estudia la posición relativa de la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & -\lambda \\ y & = & 0 \\ z & = & 1+\lambda \end{array} \right.$, $\lambda \in \mathbb{R}$, y el plano de ecuación general $\pi \equiv 2x - y + 3z = 6$. (1,5 puntos)

b) Encuentra la ecuación general de un plano π' perpendicular a π que contenga a r. (1 punto)

4B. Dado el plano $\pi \equiv x + z = 4$ y el punto $P(1,1,0)$, se pide:

a) Encuentra la ecuación general del plano π' paralelo a π que pasa por P. (1,25 puntos)

b) Halla unas ecuaciones paramétricas de la recta r perpendicular a π que pasa por P. (1,25 puntos)

Sept 2010.

4A. Dado el punto $P(0,0,1)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x+y+z & = & 3 \\ x-y & = & 0 \end{array} \right.$, se pide:

a) Calcula la distancia desde el punto P a la recta r. (1,25 puntos)

b) Halla unas ecuaciones paramétricas de una recta s que pase por el punto P y corte perpendicularmente a la recta r. (1,25 puntos)

4B. Consideremos los planos $\pi \equiv ax + by + 3z = c$, $\pi' \equiv 2x - y + z = 3$ y la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} 2x+3z & = & 0 \\ y+2z & = & -4 \end{array} \right.$$

a) Determina los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que los planos π y π' sean paralelos. (1 punto)

b) Para los valores a y b obtenidos, estudia la posición relativa del plano π y la recta r en función de $c \in \mathbb{R}$. (1,5 puntos)

R1 - 2010.

4A. a) Comprueba que las direcciones de las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 0 \\ y+z & = & 1 \end{array} \right.$ y $r' \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 1+2\lambda \\ y & = & 2+\lambda \\ z & = & \lambda \end{array} \right.$, $\lambda \in \mathbb{R}$, son perpendiculares. (1 punto)

b) Halla la ecuación general de un plano π que contenga a la recta r y sea paralelo a r'. (1,5 puntos)

4B. Calcula los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$ de la ecuación del plano $\pi \equiv ax + y + bz = c$, sabiendo que pasa por el origen de coordenadas, es perpendicular al plano de ecuación $\pi' \equiv x + 2y = 3$ y que contiene a la recta de ecuaciones

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 1+\lambda \\ y & = & 1+\lambda \\ z & = & 1+\lambda \end{array} \right., \lambda \in \mathbb{R}.$$

(2,5 puntos)

R2 - 2010.

4A. Dado el plano de ecuación general $\pi \equiv 2x + ay - z = 4$, se pide:

a) Determina, si es posible, un valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ de modo que el plano π sea paralelo al plano de ecuación $\pi' \equiv x + y + z = 2$. (1,25 puntos)

b) Determina, si es posible, un valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ de modo que el plano π sea paralelo a la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 1-\lambda \\ y & = & 2\lambda \\ z & = & 2+\lambda \end{array} \right.$, $\lambda \in \mathbb{R}$. (1,25 puntos)

4B. Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 2-\lambda \\ y & = & 2\lambda \\ z & = & 2+\lambda \end{array} \right.$ $\lambda \in \mathbb{R}$ y $r' \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 2+\mu \\ y & = & -2\mu \\ z & = & 4+\mu \end{array} \right.$ $\mu \in \mathbb{R}$, se pide:

a) Comprueba que las dos rectas se cortan en un punto calculando dicho punto de corte. (1,5 puntos)

b) Determina el ángulo de corte entre ambas rectas. (1 punto)

Junio 2009.

A. a) Estudia, en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$, la posición relativa de los planos $\pi_1 \equiv x + y - z = 1$ y $\pi_2 \equiv x + y - k^2 z = k$

b) ¿Existe algún valor de k para el que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares?

B. a) Halla la ecuación general de un plano π que contenga a la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x + z &=& 1 \\ y + z &=& 0 \end{array} \right.$ y pase por el origen de coordenadas.

b) Halla las ecuaciones paramétricas de un recta r' contenida en dicho plano, que sea perpendicular a r y que pase por el punto $P(1, 0, 0)$.

Sept 2009.

A. Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y razona tus respuestas.

1. Dados un plano π y un punto P que no esté contenido en π, existe un **único** plano perpendicular a π que pasa por P.

2. Dados una recta r y un punto P que no esté contenido en la recta r, existe un **único** plano perpendicular a r que pasa por P.

B. Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & t \\ y = & -t \\ z = & 1 - t \end{array} \right.$ y $r' \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & 2 + s \\ y = & s \\ z = & a + s \end{array} \right.$, con $s, t \in \mathbb{R}$

a) Encuentra un valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que las rectas r y r' estén contenidas en un mismo plano. Halla la ecuación general de dicho plano.

b) Para $a = 0$, calcula unas ecuaciones paramétricas de un plano π que contenga a la recta r y unas ecuaciones paramétricas de otro plano π' que contenga a la recta r', de modo que π y π' sean paralelos.

R1 - 2009.

A. Consideramos los planos $\pi_1 \equiv x - 2y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + ay + bz = 24$

a) Calcula $a, b \in \mathbb{R}$ para que los planos π_1 y π_2 sean paralelos. ¿Son coincidentes en dicho caso?

b) Calcula la ecuación general de un plano π_3 que equidiste de π_1 y π_2 para los valores de a y b antes obtenidos.

B. Dado el punto $P\,(0, -1, 0)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & 1 \\ y = & 2 + t \\ z = & -t \end{array} \right. , \quad t \in \mathbb{R}$

a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a r que pasa por el punto P.

b) Halla las coordenadas de un punto Q de la recta r de modo que la distancia de P a r sea igual a la distancia de P a Q. Calcula dicha distancia.

R2 - 2009.

A. Dados los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(1, 1, a)$ con $a \in \mathbb{R}$

a) ¿Existe algún valor de a para el que los tres puntos estén alineados?

b) ¿Existe algún valor de a para el que el plano que contiene a los tres puntos A, B y C sea paralelo al plano $\pi \equiv 4x - 6y - 2z = 7$?

B. Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcr} x - 2y &=& 1 \\ y - z &=& -1 \end{array} \right.$ y $r' \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & a - s \\ y = & a + s \\ z = & s \end{array} \right.$, con $s \in \mathbb{R}$.

a) Estudia en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ su posición relativa.

b) Para el valor del parámetro a que hace que r y r' se corten en un punto, halla el punto P de intersección entre ambas rectas, y las ecuaciones paramétricas de una recta s perpendicular a r y a r' que pase por dicho punto P.

Junio 2008.

A. Dados los vectores $\vec{u}(a,b,1)$, $\vec{v}(-3,4,1)$ y $\vec{w}(1,2,c)$, determina el valor de los parámetros $a,b,c \in \mathbb{R}$ de manera que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares y además $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v}$, donde $\times$ denota el producto vectorial. ¿Qué ángulo forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en dicho caso?

B. Dados los puntos $A(1,1,1)$, $B(1+\lambda, 2, 1-\lambda)$ y $C(1+\lambda, 1+\lambda, 2+\lambda)$, donde $\lambda \in \mathbb{R}$:

a) Prueba que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ forman un ángulo de 90^o, independientemente del valor de λ.

b) Determina los valores de λ para que la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo de vértices A, B y C sea igual a 3.

Sept 2008.

A. Dados el plano $\pi \equiv x - y + z + k = 0$, donde $k \in \mathbb{R}$, y la recta $r \equiv \frac{x-3}{2} = y + 1 = -z$, se pide:

a) Demuestra que para cualquier $k \in \mathbb{R}$, la recta r es paralela al plano π.

b) Determina el valor de $k \in \mathbb{R}$ de forma que la recta r esté contenida en el plano π.

B. Dado el punto $P(2,2,1)$ y el plano π de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + t - s \\ y = 1 - t + s \\ z = \quad\quad t \end{array}\right.$, se pide:

a) Distancia desde el punto P al plano π.

b) Ecuaciones generales de la recta que pasa por el punto P y es perpendicular a π.

R1 - 2008.

A. Dados los planos $\pi_1 \equiv 2x + y + \sqrt{k}\, z = 3$ con k un número real positivo y $\pi_2 \equiv 3x + 4y = -5$:

a) ¿Es posible hallar k para que π_1 y π_2 formen un ángulo de 60^o? En caso afirmativo, calcúlalo.

b) ¿Es posible hallar k para que π_1 y π_2 sean perpendiculares? En caso afirmativo, calcúlalo.

B. Considera los puntos $A(1,2,1)$, $B(3,6,3)$, $C(0,-1,5)$ y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{rcl} x - y &=& -1 \\ z - y &=& 4 \end{array}\right.$

a) Halla un punto D de la recta r de forma que los puntos A, B, C y D estén en un mismo plano.

b) Determina un punto D' de la recta r para que el volumen del tetraedro determinado por los vértices A, B, C y D' sea $10/3$.

R2 - 2008.

A. Dados los planos $\pi_1 \equiv x + y - z = 1$, $\pi_2 \equiv 2x + 2z = 0$ y $\pi_3 \equiv x + 3y + kz = 3$, donde $k \in \mathbb{R}$:

a) Analiza su posición relativa en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$.

b) En el caso en que los tres planos se cortan en una recta, calcula las ecuaciones paramétricas de la misma.

B. Encuentra el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que la proyección del punto $P(a, 2a, 3a)$ sobre el plano $\pi \equiv 2x + y - z = 12$ es $P'(8,13,17)$.

Junio 2007.

A. Consideramos las rectas: $r_1 \equiv \begin{cases} x+y=5 \\ y+z=2 \end{cases}$, $r_2 \equiv \begin{cases} y=1 \\ x+y+z=6 \end{cases}$ y $r_3 \equiv \begin{cases} x-y=1 \\ y-z=3 \end{cases}$. Se pide:

a) Demuestra que las rectas r_1 y r_2 se cortan en un único punto.
b) Halla las ecuaciones en forma continua de la recta que pasa por el punto de intersección de r_1 y r_2, y es paralela a r_3.

B. Dados los planos $\alpha \equiv x+y-z=1$ y $\beta \equiv \begin{cases} x=1+t+s \\ y=1-t \\ z=2+s \end{cases}$, con $t,s \in \mathbb{R}$, se pide:

a) Determina su posición relativa.
b) Calcula la distancia entre ellos.

Sept 2007.

A. Consideramos los planos $\pi_1 \equiv x+2y-z=1$, $\pi_2 \equiv 3x-z=3$ y $\pi_3 \equiv -x+2y+z=7$.

a) Determina su posición relativa.
b) Halla el ángulo que forman los planos π_1 y π_2.

B. Dados los puntos de coordenadas $A(3,1,1)$, $B(0,2,2)$ y $C(-1,-1,-1)$, se pide:

a) Determina la ecuación general del plano que los contiene.
b) Calcula la distancia desde el punto $P(0,0,4)$ a dicho plano.

R1 - 2007.

A. Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} z=4 \\ x-y=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} z=0 \\ x+y=2 \end{cases}$, se pide:

a) Estudia su posición relativa.
b) Determina los puntos, $R \in r$ y $S \in s$ de cada recta, entre los que se alcanza la distancia mínima entre ambas rectas.

B. Dado el plano $\pi \equiv x+y+z=2$ y las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x=1+s \\ y=-s \\ z=2 \end{cases}, s \in \mathbb{R}$,

a) ¿Existe algún plano paralelo a π que contenga a la recta r_1?
b) ¿Existe algún plano paralelo a π que contenga a la recta r_2?
c) Si en algún caso la respuesta es afirmativa, halla la ecuación general de dicho plano.

R2 - 2007.

A. Dada la recta r de ecuaciones $\dfrac{x-1}{2} = y+2 = \dfrac{z-2}{-1}$ y el punto $P(1,1,2)$, se pide:

a) Ecuación general del plano que contiene a la recta y al punto.
b) Distancia desde el punto P a la recta r.

B. Dados los puntos de coordenadas $A(3,2,2)$, $B(1,3,3)$, $C(0,0,2)$ y $D(0,0,-1)$, se pide:

a) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.
b) Analiza si los cuatro puntos forman un tetraedro y en caso afirmativo halla su volumen.

Junio 2006.

A. El plano **α**, de ecuación general $x+y+z=10$, corta a las rectas ***r₁***: $x=y=1$, ***r₂***: $y=z=2$, y ***r₃***: $x=z=3$ en los puntos ***A***, ***B*** y ***C*** respectivamente. Se pide:

a) Halla el volumen del tetraedro cuyos vértices son ***A***, ***B***, ***C*** y ***D*** (1, 2, 3).

b) Determina la distancia desde el vértice ***D*** hasta la cara opuesta del tetraedro.

B. a) Halla un punto de la recta $r \equiv \begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$ equidistante de los puntos ***P*** (-1, 2, 1) y ***Q*** (0, 3, 1).

b) Calcula la ecuación implícita de un plano ***π*** de modo que el simétrico del punto ***P*** respecto del plano ***π*** sea el punto ***Q***.

Sept 2006.

A. Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x=3+t \\ y=5+t \\ z=6+t \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x=1 \\ -2y+z=2 \end{cases}$, se pide:

a) Analiza su posición relativa.
b) Halla la ecuación general del plano ***π*** que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r.

B. a) Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto ***P*** (2, -1, 3) y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x=-1+2\lambda \\ y=3-\lambda \\ z=0 \end{cases}$.

b) Halla las coordenadas del punto ***P'***, simétrico del punto ***P*** respecto de la recta r.

R1 - 2006.

A. a) Halla la ecuación general del plano π que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=-\lambda \\ z=-3+2\lambda \end{cases}$, y es perpendicular al plano $\pi' \equiv x=3$

b) Discute en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ la posición relativa de los planos $\pi_1 \equiv x-2y+5z=1$ y $\pi_2 \equiv -a^2x+2y-5z=a$.

B. Dado el plano $\alpha \equiv 2x+3y-2z=4$ y la recta $s \equiv \begin{cases} -x-y-az=2 \\ 3x+5y-6z=a \end{cases}$, se pide:

a) Analiza su posición relativa según los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
b) Calcula la distancia de la recta al plano, en los casos $a=2$ y $a=0$.

R2 - 2006.

A. Discute, según los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, la posición relativa de las rectas: $r \equiv \begin{cases} x+2y-z=0 \\ -x+y+2z=1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 3y+z=1 \\ 2x-ay-3z=a \end{cases}$

B. Dados el plano $\alpha \equiv x+3y+z=1$, el plano $\beta \equiv x-y+2z=3$, y el punto ***P*** (2, –1, 5).

a) Calcula el ángulo que forman los planos α y β.

b) Halla unas ecuaciones en forma continua de la recta que es paralela a ambos planos y que contiene al punto ***P***.

Junio 2005. CUARTO BLOQUE

A. a) Halla la ecuación del plano que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ y al punto P (2, -1 ,2)

b) Calcula la distancia desde el plano obtenido al punto Q (0, 1, 0).

B. Halla el área y las longitudes de las tres alturas de un triángulo cuyos vértices son: A (1, 1, 1); B (0, 3, 5) y C (4, 0, 2)

Septiembre 2005. CUARTO BLOQUE

A. Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano $\pi \equiv x + y - z + 6 = 0$ con la recta $s \equiv \frac{x}{3} = y - 2 = z + 1$ y es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 4x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$.

B. Dados los puntos A(1,-2,3) y B(0,2,1), se pide:

a) la ecuación paramétrica de la recta que pasa por ambos puntos;

b) la ecuación del plano π que está a igual distancia de A y B;

c) la distancia al origen de la recta intersección del plano $2y - z = 0$ con el plano π del apartado b).

R1 - 05. CUARTO BLOQUE

A. Halla la ecuación del haz de planos que tienen por eje o arista la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = -1 + 3\lambda \end{cases}$$

y calcula, después, el que pasa por el punto P(1,1,1).

B. Calcula el volumen del tetraedro que tiene como vértices el punto D(10,10,10) y los puntos en que el plano $\pi \equiv 2x + 3y + z - 12 = 0$ corta los ejes de coordenadas.

R2 - 05. CUARTO BLOQUE

A. Encuentra un punto R perteneciente a la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y - z + 3 = 0 \\ -2x + 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$

tal que los segmentos $\overline{PQ}$ y $\overline{PR}$ formen un ángulo recto, siendo P(1,0,0) y Q(0,-1,5).

B. Dada la recta de ecuaciones paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 1 \end{cases}$

y los puntos P(1,1,2) y Q(1,-1,2), se pide que:

a) encuentres la posición relativa de *r* y la recta determinada por los puntos P y Q;

b) halles el punto R de *r* para los que el triángulo PQR sea isósceles de lados iguales $\overline{PR}$ y $\overline{QR}$.

Junio 2004. CUARTO BLOQUE

A. Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+2z & = & 3 \\ y+4z & = & 5 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 3x - y + 2z = 1$. Se pide:

a) Comprueba que *r* y π son paralelos.
b) Calcula la distancia entre *r* y π.
c) Determina dos rectas distintas que estén contenidas en π y sean paralelas a *r*.

B. Considera los puntos A(2,0,0), B(0,2,0), C(2,2,1) y D(1,1,2) y calcula:

a) El volumen del tetraedro que determinan.
b) La ecuación cartesiana o implícita del plano que contiene al punto D y es paralelo al que contiene a los puntos A, B, C.

Septiembre 2004. CUARTO BLOQUE

A. Halla la distancia del plano $\pi_1 \equiv 4x - 10y + 2z = -1$ al plano $\pi_2 \equiv \begin{cases} x = 2\lambda + 3\mu \\ y = \lambda + \mu \\ z = \lambda - \mu \end{cases}$

B. Considera la recta *r* que pasa por los puntos A(2,1,0) y B(-4,-2,0) y la recta *s* determinada por el punto C(2,3,5) y el vector dirección *v*(1,3,0).

a) Calcula el ángulo formado por *r* y *s*.
b) Calcula la distancia de *r* a *s*.

R1 - 04. CUARTO BLOQUE

A. Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - ay & = & 1 \\ y - z & = & 1 \end{cases}$ $s \equiv \begin{cases} x - 2y - z & = & 0 \\ x + y + z & = & 8 \end{cases}$

Prueba que, para ningún valor de *a*, *r* y *s*, pueden ser paralelas, y averigua el único valor de *a* para el que se cortan.

B. Halla la ecuación de la recta que pasa por A(2,-1,3) y es perpendicular al plano que pasa por los puntos B(1,1,0), C(0,-1,2) y D(-2,2,1). Calcula también el volumen del tetraedro ABCD.

R2 - 04. CUARTO BLOQUE

A. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - y + z & = & 0 \\ x - y & = & 1 \end{cases}$

a) Determina la ecuación de la recta *s* que pasa por el punto P(2,-1,0) y corta perpendicularmente a *r*.
b) Calcula el punto Q intersección de *r* y *s*.
c) Calcula el simétrico de P respecto a *r*.

B. Considera los cuatro puntos A(1,0,1), B(1,1,0), C(0,1,1) y D(1, k, k-1).

a) Halla k para que los cuatro puntos sean coplanarios (estén en el mismo plano).
b) ¿Qué valores de k hacen que el volumen del tetraedro determinado por los cuatro puntos sea 30 unidades de volumen?

Junio 2003 B Las rectas de ecuaciones: $r\equiv\begin{cases}x+y-z=4\\x+2y=7\end{cases}$, $s\equiv\begin{cases}x=2\\y=-5\end{cases}$ se cruzan en el espacio. a) Escribe las ecuaciones paramétricas de ambas rectas.
b) Halla un punto de r otro de s tales que el vector con origen en uno y extremo en el otro sea perpendicular a ambas rectas.

Junio 2003 B Considera la recta r dada por $r\equiv\begin{cases}x-4y+9=0\\3y-z-9=0\end{cases}$

a) Determina el plano que pasa por el punto P(1,4,0) y contiene a *r*.
b) ¿Para cualquier valor de λ, el plano $x-4y+9+\lambda(3y-z-9)=0$ contiene a *r*?
c) Determina los valores de λ para que el plano diste 3 unidades del origen de coordenadas.

Septiembre 2003 B Sea π el plano de ecuación: $3x-2y-6z=1$ y r la recta dada por: $(x,y,z)=(1,0,1)+\lambda(2,-1,1)$.
a) Define la relación de paralelismo entre una recta y un plano.
b) Averigua si la recta *r* y el plano π son paralelos.
c) Define la relación de perpendicularidad entre recta y plano.
d) Averigua si la recta *r* y el plano π son perpendiculares.

Septiembre 2003 B Dados los planos: $\pi\equiv x+y+z=1$; y $\pi'\equiv x-y=0$.
a) Calcula el ángulo que forman π y π'.
b) Determina las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por P(1,2,3) y es perpendicular al plano π.

R1 – 03 **B** Determina la ecuación del plano que pasa por el punto A(1,1,2) y es paralelo a las rectas r y s dadas por $r:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ $s:\begin{cases}2x-y+z=-2\\-x+y+3z=1\end{cases}$

¿Pertenece el punto P(2,1,4) a ese plano?.

R1 – 03 B Considera el plano π y la recta r de ecuaciones: $\pi: x+y=2$ $r:\begin{cases}x+z=4\\y=0\end{cases}$.

a) Halla el punto de intersección de π y *r*.
b) Halla la ecuación del plano que contiene a *r* y es perpendicular a π.

R2 – 03 B Considera el plano π y la recta r dados por sus ecuaciones:

$$\pi\equiv ax+2y-4z+b=0,\quad \mathrm{r}\equiv\frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+3}{1}.$$

a) Calcula los valores de a y b par que r esté contenida en π
b) ¿Existen valores de a y b para los que la recta dada r sea perpendicular a π?

R2 – 03 B Dados los planos de ecuaciones: $\pi\equiv x+2y-z+4=0$; $\pi'\equiv 2x+y+Cz-3=0$.
¿Para qué valores de C el ángulo formado por π y π' es de 60º?

Junio 2002

B Considera el plano $\pi \equiv x - y + 1 = 0$ y el punto A(2,0,1).

a) Determina la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y pasa por el punto A

b) Halla las coordenadas del punto B que es simétrico del punto A respecto del plano π.

B Determina la ecuación del plano que pasa por el punto P(1,0,2), es paralelo a la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z - 3$ y perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$.

Septiembre 2002

B Sea π el plano que pasa por los puntos (1,0,0), (0,1,1) y (1,1,1); A el punto (1,2,3) y B el simétrico de A respecto del plano π.

a) Halla ecuación de la recta que pasa por A y por el punto medio del segmento $\overline{AB}$.

b) Halla la ecuación de la recta paralela a la anterior que pasa por el punto (2,2,2).

Septiembre 2002 **B** Considera el plano $\pi : ax + 2y - 4z + b = 0$ y la recta $r : \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{1}$

a) Halla los valores de *a* y *b* para que la recta r esté contenida en π.

b) ¿Existe algún valor de *a* y de *b* para que la recta *r* sea perpendicular al plano π?.

R1 - 02

B Calcula x para que el volumen del tetraedro determinado por los vectores $\vec{u}(3,-3,1)$, $\vec{v}(2,1,2)$ y $\vec{w}(1,5,x)$ sea igual a 30 unidades de volumen. Halla el área de la cara determinada por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

B Dados los puntos A(2,0,3), B(-4,0,5) y el plano $\pi \equiv y - z = 0$. Halla la distancia entre los puntos A' y C, siendo A' el simétrico de A respecto al plano π y C el punto medio del segmento $\overline{AB}$

R2 - 02

B Considera el triángulo de vértices A(0,0,1), $B(3,-\sqrt{30},0)$, $C(3,\sqrt{30},0)$

a) Calcula cuánto vale cada uno de sus ángulos.

b) Justifica si se trata de un triángulo isósceles.

B Dados los puntos A(1,0,0), B(0,2,0) y C(0,0,3), sean A' el simétrico de A respecto de B, B' el simétrico de B respecto de C y C' el simétrico de C respecto de A.

Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos A', B', y C'.

Junio 2001

B Dadas las rectas.

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = \lambda \\ z = -\lambda \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = 2+2\mu \\ z = 0 \end{cases}$$

a) Estudia la posición relativa de las rectas r y s.

b) Halla la ecuación de una recta que sea perpendicular simultaneamente a r y s

B Determina las coordenadas del punto simétrico del $A(-2,1,6)$ respecto de la recta $r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$

Septiembre 2001 B Halla el valor de k para que las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y=2 \\ y-z=3 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} y-3z=k \\ y-2z=2 \end{cases}$ se corten. Halla el punto de corte.

Septiembre 2001 **B** Halla λ para que el plano $\pi \equiv 2x+\lambda y-z=1$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ 2x+y-z=2 \end{cases}$ sean paralelos.

¿Puedes encontrar otro valor de λ para que sean perpendiculares?

R1 - 01

B Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-2y-1=0 \end{cases}$, y el punto $A(-1,3,2)$.

1°- Halla unas ecuaciones paramétricas de la recta s que pasa por A y es paralela a r.

2°- Calcula la distancia de s a r.

B Dado el punto $A(1,1,0)$ y el plano $\pi \equiv 2x+y+z=1$, calcula:

a) Ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por A y es perpendicular a π

b) Ecuación del plano que pasa por A y es paralelo a π

c) El punto simétrico de A respecto a π

R2 – 01 B Dadas las rectas: $r \equiv \begin{cases} x=2-3\lambda \\ y=3+5\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x=1-\mu \\ y=2\mu \\ z=5 \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de las rectas *r* y *s*.

b) En caso de que *r* y *s* se corten calcula las coordenadas del punto de corte.

B Dadas las rectas $s \equiv \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$, y $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-a}{a-1} = \frac{z-3}{3}$

a) Calcula el valor de a para que las rectas r y s sean perpendiculares.

En el caso de que r y s se corten:

b) Calcula las coordenadas del punto de intersección de las rectas r y s.

c) Halla la ecuación del plano que determinan las rectas r y s.

Junio 2000

B Hallar la distancia del punto P(2,4,1) al plano $\alpha \equiv 3x+4y+12z-8=0$, y encontrar el punto del plano que da la mínima distancia del punto P.

B Hallar el punto simétrico del punto A(1,2,3) respecto de la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$

Septiembre 2000

B Dados los puntos A(-2,-4,-3) y B(2,6,5), y la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - 3z = 2 \end{cases}$, averiguar si existe alguna recta tal que contenga los puntos A y B y corte a la recta r. Razonar la respuesta.

B Hallar el punto simétrico del punto A(2,-3,5) respecto del plano $\alpha \equiv x-3y+4z+21=0$.

R1 - 00

B Determinar la ecuación de un plano que contenga el punto P(1,-1,3) y sea paralelo al plano determinado por los puntos A(1,1,2), B(1,1,1) y C(2,-2,1). Hallar la distancia entre los dos planos.

B Las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ se cruzan. Hallar las ecuaciones de la perpendicular común.

R2 - 00

B Hallar un punto A perteneciente a la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$ que equidiste de los planos $\alpha \equiv x+y=1$ y $\beta \equiv x=z$.

B Hallar el valor que debe tener b para que las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y = b \\ x + z = -3 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y = 3 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$ estén situadas en el mismo plano, y determinar la ecuación general de dicho plano.