
INTEGRAL DEFINIDA

Cálculo de integrales definidas

1. Calcula las siguientes integrales definidas:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| a) $\int_0^4 x^2 dx$ | b) $\int_{-1}^1 (3x^2 - 6x) dx$ |
| c) $\int_0^\pi \operatorname{sen} x dx$ | d) $\int_1^2 (4x^3 - 4x^4 - 3) dx$ |
| e) $\int_{-1}^0 (x^2 - 3x) dx$ | f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ |
| g) $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx$ | h) $\int_0^2 (x^3 - 2x + 3) dx$ |
| i) $\int_0^1 2e^x dx$ | j) $\int_0^e \frac{3}{x} dx$ |
| k) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x dx$ | l) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ |
| m) $\int_1^e \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx$ | n) $\int_1^2 \frac{2}{x^2} dx$ |

2. Halla el valor de $a > 0$ para el que $\int_0^a (x+2) dx = \frac{21}{2}$.

3. Halla el valor de $a > 0$ para el que $\int_0^a \operatorname{sen} x dx = \frac{1}{2}$.

4. Halla el valor de a para el que $\int_0^2 (ax^2 + 2) dx = 12$.

5. Calcula $\int_0^3 f(x) dx$, siendo $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

6. Calcula $\int_{-3}^0 |x+2| dx$.

7. Calcula $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} |\operatorname{sen} x| dx$.

8. Calcula $\int_{-3}^3 |x^2 - 4| dx$.

Cálculo de áreas

9. Calcula el área encerrada entre la curva $y = x^3 - x^2 - 2x$ y las rectas $y = 0$ (eje OX), $x = 0$ y $x = 2$.

10. Halla el área encerrada entre la recta $y = 2x - 2$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

11. Halla el área limitada entre la curva $y = x^3 \cdot (x+2)$ y el eje OX.

12. Halla el área comprendida entre la gráfica de la función $y = \frac{6x}{x^2+1}$ y el eje de abscisas, para $x \in [2, 5]$.

13. Halla el área del recinto limitado entre la gráfica de $y = x \cdot e^x$, el eje X y las rectas $x = -1$ y $x = 0$.

14. Calcula el área comprendida entre la curva $y = \cos^2 x$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$.

Nota: $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$.

15. Halla el área del recinto limitado entre la gráfica de f y las rectas $y = 0$ (eje X), $x = 1$ y $x = 2$, siendo :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2+3x+1}{x} & \text{si } x \geq -1 \end{cases} .$$

16. Calcula el valor de $a > 0$, sabiendo que el área encerrada entre la curva $y = ax^2 + 2$, el eje X y las rectas $x = -1$ y $x = 2$ es igual a 21.

17. Halla el valor de $a > 0$, sabiendo que la curva $y = a(-x^2 + 6x - 8)$ delimita con el eje de abscisas un recinto de 12 unidades de superficie.

18. Calcula el área del recinto limitado entre la parábola $y = x^2 - 4x + 5$ y la recta $y = x + 1$.

19. Halla el área comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 4$. Representálas.

20. Halla el área del recinto limitado entre la parábola $y = x^2 + 5$ y la recta $y = 9$.

21. Halla el área del recinto limitado por las curvas $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ y la recta $x = 2$.

22. Halla el área comprendida entre las curvas $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ e $y = 2x$. Dibuja el recinto.

23. Halla el valor de $m > 0$, sabiendo que el área comprendida entre $y = x^2$ e $y = mx$ es de 288 u^2 .

24. Halla el área del recinto limitado por la recta tangente a $y = x^3 - 3x$ en $x = -1$ y la curva.

25. Dada la curva $y = x^2 - 4x + 3$ y la recta $y = -x + 3$, dibuja sus gráficas y calcula el área del recinto plano que forman.

26. Dada la curva $y = x^2 - 4x$ y la recta $y = 3x - 6$:

- Dibuja la gráfica de ambas y señala el recinto plano comprendido entre ellas
- Calcula el área del recinto plano señalado.

27. Dibuja el recinto limitado por las curvas $y = -x^2 + 2x + 3$ e $y = |x + 1|$. Halla el área del recinto.

28. Dada la parábola $y = \frac{x^2}{4}$ y la recta $y = x$:

- Dibuja la gráfica de ambas y señala el recinto plano comprendido entre ellas
- Calcula el área del recinto plano señalado.

29. Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = -2x^2 + 4x$ y las tangentes a dicha gráfica en los puntos en que ésta corta al eje de abscisas. Dibuja el recinto.

30. De la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, se sabe que tiene un máximo relativo en $x = 1$ y un punto de inflexión en $(0,0)$, y que $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{4}$. Calcula a , b , c y d .

31. Dadas las curvas de ecuaciones $y = \sqrt{3x}$ e $y = \frac{1}{3}x^2$:

- Dibuja la gráfica de ambas y señala el recinto plano comprendido entre ellas
- Calcula el área del recinto plano señalado.

32. Halla el área del recinto plano delimitado por las curvas de ecuación $y = x^2 - 2$ e $y = -|x|$. Dibuja el recinto.