
DERIVADAS

Cálculo de derivadas

1. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$

c) $y = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{2}{3}}$

e) $y = \frac{\ln x}{x}$

g) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

i) $y = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

k) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$

m) $y = \operatorname{sen}^2 x$

o) $y = \operatorname{sen} x^2$

q) $y = (2 \cdot \sqrt{x} - 3)^7$

s) $y = \operatorname{sen}^2 x^2$

u) $y = \cos^5(7x^2)$

w) $y = \sqrt[3]{(5x-3)^2}$

y) $y = \ln(2x-1)$

b) $y = \sqrt[3]{3x^2}$

d) $y = \frac{2}{x} + \frac{x^2}{2}$

f) $y = 7e^{-x}$

h) $y = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$

j) $y = \ln(x^2 + 1)$

l) $y = \cos^2(2x - \pi)$

n) $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$

p) $y = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$

r) $y = \lg_2 \sqrt{x}$

t) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

v) $y = 3^x + 1$

x) $y = \operatorname{arcsen} \frac{x^2}{3}$

z) $y = \operatorname{tg} \frac{x^2}{2}$

2. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = \ln(x^2 - 1)$

c) $y = \ln \sqrt{1-x}$

e) $y = \lg_3(7x+2)$

g) $y = e^{4x}$

i) $y = 2^x$

k) $y = 5 \cdot \operatorname{tg}^3(3x^2 + 1)$

m) $y = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+2}}$

o) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{(1-x)^2}}$

b) $y = \operatorname{arccos} \sqrt{2x}$

d) $y = (\operatorname{arctg} x)^2$

f) $y = \ln \left(\operatorname{tg} \frac{3}{x} \right)$

h) $y = \ln \left(\ln \frac{1}{x} \right)$

j) $y = \operatorname{arcsen} \frac{x+1}{x-1}$

l) $y = \sqrt{\operatorname{tg} x^2}$

n) $y = \operatorname{arcsen}(2x \cdot \sqrt{1-x^2})$

p) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

3. Calcula mediante derivación logarítmica:

a) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

e) $y = x^{3x}$

b) $y = x^{x+1}$

f) $y = x^{e^x}$

c) $y = (\ln x)^{x+1}$

g) $y = \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)^x$

d) $y = x^{\operatorname{tg} x}$

Derivabilidad de funciones

4. Calcula el valor de a para que la siguiente función sea derivable en \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + ax & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

5. Halla la función derivada de $f(x) = \sqrt{x+3}$ utilizando la definición.

6. Estudia la derivabilidad de la función $f(x) = x \cdot |x-1|$ en $x=1$.

7. Dada la función $f(x) = |x-3| + |x|$. Halla su función derivada.

8. Halla el valor que debe tener m para que la función $f(x)$ sea derivable en $x=1$.

$$f(x) = \begin{cases} 3 - mx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{mx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

9. La función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

es derivable en $x=0$. Calcula cuánto valen las constantes b y c .

10. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación $y = x^3 - 3x$ en el punto de abscisa $x=1$.

11. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Determina k para que $f(x)$ sea continua en $x=1$.

b) ¿Es la función $f(x)$ derivable en $x=1$ para el valor de k calculado?

12. Estudia, en $x=0$ y en $x = \frac{\pi}{2}$, la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2x}{\pi} + 2 & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + \operatorname{sen} x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- 13.** Estudia la derivabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 14.** Determina los coeficientes a y b de la parábola $y = ax^2 + bx + 2$, sabiendo que la tangente en el punto $x = 1$ es la recta $y = -2x$.

- 15.** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a + bx^2}{2} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determina los valores de a y b para que f sea continua y derivable.

- 16.** ¿Es derivable en el punto $x = 1$ la función $f(x) = x + |x - 1|$? Justifica tu respuesta.

- 17.** Determina los valores del parámetro b , para que las tangentes a la curva de la función:

$$f(x) = b^2x^3 + bx^2 + 3x + 9$$

en los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = 2$ sean paralelas.

- 18.** Calcula m y n para que la siguiente función sea derivable en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 19.** Se considera la función siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determina los valores de a y b para que sea derivable en todos sus puntos.

- 20.** Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x + 5 & \text{si } x \geq 1 \\ 5x + b & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Determina los valores de a y b para que sea continua y derivable en todos números reales.

- 21.** Halla los valores de los números a y b para que la función definida como:

$$f(x) = \begin{cases} ax+5 & \text{si } x \leq 1 \\ a \cdot \sqrt{x} + \frac{b}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

resulte derivable para todos los valores de x .

22. Se sabe que la función

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + ax & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ c + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(0,5)$ y además verifica que $f(0) = f(5)$. ¿Cuánto valen a, b, c ?

Ejercicios de selectividad

23. Página 125 – Junio de 2000 – Tercer Bloque – A)
24. Página 126 – Septiembre de 2000 – Tercer Bloque – A)
25. Página 127 – Otra propuesta 1 de 2000 – Segundo Bloque – A)
26. Página 128 – Otra propuesta 2 de 2000 – Primer Bloque – A)
27. Página 130 – Junio de 2001 – Tercer Bloque – A)
28. Página 131 – Septiembre de 2001 – Segundo Bloque – A)
29. Página 132 – Otra propuesta 1 de 2001 – Segundo Bloque – A)
30. Página 133 – Otra propuesta 2 de 2001 – Tercer Bloque – A)
31. Página 134 – Junio de 2002 – Primer Bloque – A)
32. Página 138 – Reserva 1 de 2002 – Cuarto Bloque – A)
33. Página 139 – Reserva 2 de 2002 – Cuarto Bloque – A)
34. Página 142 – Septiembre de 2003 – Cuarto Bloque – A)
35. Página 143 – Reserva 1 de 2003 – Segundo Bloque – A)
36. Página 145 – Reserva 2 de 2003 – Tercer Bloque – A)
37. Página 147 – Junio de 2004 – Cuarto Bloque – A)
38. Página 149 – Reserva 1 de 2004 – Primer Bloque – A)
39. Página 151 – Junio de 2005 – Primer Bloque – A)
40. Página 151 – Junio de 2005 – Primer Bloque – B)
41. Página 155 – Reserva 1 de 2005 – Segundo Bloque – A)
42. Página 156 – Reserva 2 de 2005 – Segundo Bloque – A)
43. Página 159 – Septiembre de 2006 – Primer Bloque – A)
44. Página 163 – Junio de 2007 – Primer Bloque – A)
45. Página 183 – Septiembre de 2010 – Propuesta A – A)
46. Página 186 – Reserva 2 de 2010 – Propuesta A – A)