DETERMINANTES

Determinantes de orden 2

1. Calcula el determinante de las siguientes matrices y di cuáles de ellas son regulares:

a) $A=\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ c) $C=\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$

2. Indica para que valores de x son regulares las siguientes matrices:

a) $A=\begin{pmatrix} x & 12 \\ -3 & -x \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} x-1 & -3 \\ -x-1 & x+1 \end{pmatrix}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} 5+x & x \\ -3 & 2x \end{vmatrix}=15$ b) $\begin{vmatrix} 9 & -5 \\ x+1 & 3x \end{vmatrix}=69$

Determinantes de orden 3

4. Calcula los determinantes de las siguientes matrices:

a) $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & -6 \end{pmatrix}$ c) $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ d) $D=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 4 & -8 & 3 \\ 7 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

5. Indica cuáles de las matrices de la actividad anterior son regulares y cuáles no lo son.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} 1 & x & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & x \end{vmatrix}=24$ b) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2x & x & 1 \\ 4 & -3 & x \end{vmatrix}=-47$

7. Calcula todos los adjuntos de las siguientes matrices:

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

8. Calcula los determinantes por la regla de Sarrus:

a) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & -5 \\ 3 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} -4 & 5 & -2 \\ 7 & 9 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{vmatrix}$

9. Calcula desarrollando por una fila o una columna, los determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 9 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 8 \\ 4 & 0 & 12 \end{vmatrix}$

<u>Determinantes de orden superior</u>

10. Halla los determinantes:

a) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \\ 5 & -6 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

11. Demuestra que:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & -1 \\ 1 & a & -1 & 1 \\ 1 & -1 & a & 1 \\ -1 & 1 & 1 & a \end{vmatrix} = (a+1)^3 \cdot (a-3)$$

12. Halla en función de a el determinante:

$$A = \begin{vmatrix} a+1 & a & a & a \\ a & a+1 & a & a \\ a & a & a+1 & a \\ a & a & a & a+1 \end{vmatrix}$$

13. Resuelve la ecuación

$$\begin{vmatrix} x & -1 & -1 & 0 \\ -x & x & -1 & 1 \\ 1 & -1 & x & 1 \\ 1 & -1 & 0 & x \end{vmatrix} = 0$$

<u>Propiedades de los determinantes:</u>

14. Si $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 6$, calcula:

a) $|2A|$, b) $|-5A|$, c) $\begin{vmatrix} a & b & 3g \\ b & e & 3h \\ c & f & 3i \end{vmatrix}$, d) $\begin{vmatrix} g & h & u \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$, e) $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -d & -e & -f \\ \frac{1}{2}g & \frac{1}{2}h & \frac{1}{2}i \end{vmatrix}$

15. Aplica las propiedades de determinantes para probar que $\det(A)$ vale cero, siendo A la matriz:

a) $A=\begin{pmatrix} a & a & a \\ 3 & 6 & 9 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$ b) $A=\begin{pmatrix} a+1 & a+2 & a+3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

<u>Cálculo de la inversa de una matriz:</u>

16. Consideramos la matriz A: $A=\begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de a tendrá inversa la matriz?
b) Calcúlala para $a=2$ y para $a=3$.

17. Halla las matrices inversas de las siguientes:

a) $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

18. Calcula la matriz inversa, cuando exista:

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ c) $C=\begin{pmatrix} 4 & -6 & -10 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

<u>Rango de una matriz:</u>

19. Calcula el rango de las siguientes matrices:

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & -6 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

b) $C=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ d) $D=\begin{pmatrix} 3 & -7 & 4 \\ -2 & 8 & -1 \end{pmatrix}$

20. Busca el valor de a para que la siguiente matriz tenga rango 2:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & -3 & a \end{pmatrix}$$

21. Estudia el rango de la matriz *A*, según los valores del parámetro *a*:

$$A=\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ a+2 & 2 & -1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

22. Estudia el rango de las matrices según los valores de a:

a) $M = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$

b) $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & a & -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

23. Estudia el rango de A según los valores del parámetro a. ¿Para qué valores de a es A invertible?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & a \\ 5 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -6 & a+8 \end{pmatrix}$$