

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA  
Pruebas de aptitud para el acceso a la universidad (C.O.U.)

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- a) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange.

b) Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ . ¿Podemos afirmar que la función toma el valor  $\sqrt{2}$  en algún punto del intervalo  $[1,2]$ ? Razonar la respuesta.

2.- Encontrar la ecuación del plano que contiene a la recta  $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$  y es paralelo a la

$$\text{recta } s \equiv \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Estudiar si existe, y, si es así, calcular la matriz inversa de A.

b) Determinar una matriz X que verifique la ecuación:  $A \cdot B = A \cdot X \cdot A$

2.- Si  $f(x) = \frac{4x^2 - x}{x^2 - 1}$ , determinar:

a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos de f.

b) Rectas asíntotas a la gráfica de la función f.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Calcular los valores a, b y c para los que la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$  verifica simultáneamente las condiciones:

a)  $f(2) = f(-2) = 0$ ; b) tiene un máximo relativo en  $x = 0$  y c) el área de la región encerrada por la gráfica de la función f y el eje OX es 32 unidades de área.

2.- a) Definir cuándo dos vectores de  $\mathbb{R}^3$  son perpendiculares u ortogonales.

b) Determinar el valor de "a" para que sean perpendiculares las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{a} = \frac{z+2}{2} \text{ y } s \equiv \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, en función del parámetro m, del sistema: 
$$\begin{cases} mx + y + z = 3 \\ x - my + z = 1 \\ x + y + z = m + 2 \end{cases}$$

b) Resolverlo para  $m = 2$ .

2.- Calcular la función primitiva de  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + x - 2}$  que pasa por el punto  $\left(2, \frac{\ln 4}{3}\right)$ .

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA  
 Pruebas de aptitud para el acceso a la universidad (C.O.U.)

**MATEMÁTICAS I :**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.  
 Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.  
 Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

- 1.- a) Determinar en qué punto la recta  $y = \frac{x}{e}$  es tangente a la gráfica de la función  $f(x) = \ln x$ .  
 b) Calcular el área de la región plana limitada por la recta y la función anteriores y el eje OX.

- 2.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del sistema:

$$\begin{cases} x + my + z = 2 \\ 2x - y + mz = 0 \\ x + 3y + z = 8 - 2m \end{cases} \quad \text{b) Resolverlo para } m = 0.$$

**SEGUNDA CUESTIÓN**

- 1.- a) Enunciar el teorema de Rolle. Dar una interpretación geométrica de dicho teorema.  
 b) Demostrar que la ecuación  $x^3 - 3x + b = 0$  tiene como máximo una solución en el intervalo  $[-1, 1]$ .  
 c) Encontrar un valor de b para que la ecuación tenga una única solución en  $[-1, 1]$ .

- 2.- a) Determinar la ecuación de una recta que es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x + y - z - 1 = 0$  y pasa por el punto P(1,1,1).  
 b) Hallar la distancia del punto P al plano  $\pi$ .

**TERCERA CUESTIÓN**

- 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Estudiar si existe la inversa de la matriz (A.B)

y, si es así, calcularla.

- 2.- Para la función  $f(x) = \frac{x^2}{3} + \frac{9}{4x}$ , calcular:

- a) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como extremos relativos.  
 b) Rectas asíntotas a su gráfica.

**CUARTA CUESTIÓN**

- 1.- Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto P(0,0,1) y es paralelo a las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

- 2.- a) Dar la definición de función continua en un punto.

- b) Calcular, de una forma razonada, el valor que ha de tomar  $f(0)$  para que la función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \sin x}$$

sea continua en todos los números reales.

**MATEMÁTICAS I :**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Hallar todos los puntos de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = -t - 2 \\ y = t + 1 \\ z = 3t \end{cases}$  que están a la misma distancia del punto

$P(-2,0,0)$  y del plano  $\pi$  dado por la ecuación:  $2x + y - 2z + 6 = 0$

2.- Calcular los valores que han de tomar a, b, c para que la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  corte al eje de abscisas en  $x=2$  y el punto  $(1,2)$  sea un punto de inflexión de la gráfica de f.

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- a) Siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & 2 \\ 3 & 2 & a \end{pmatrix}$ , obtener los valores del parámetro a para los que la matriz A no tiene inversa. b) Calcular la matriz inversa de A para  $a=2$ .

2.- En la función  $f(x) = \frac{2x(x^2 - 2)}{x^2 - 1}$ , estudiar:

- a) Crecimiento, decrecimiento y extremos.
- b) Rectas asíntotas a la gráfica de la función.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Calcular el valor que tiene que tomar "a" para que el área del recinto plano limitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = -x^2 + ax$  y  $g(x) = -x$ , sea  $(4/3)$  unidades de área.

2.- Consideremos la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+9}{3} = \frac{z-2}{5}$ , el plano  $\pi \equiv x - y + z = 24$  y el punto  $P(2,1,0)$ .

- a) Calcular la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pase por el punto P.
- b) Encontrar el punto de intersección de la recta r y el plano  $\pi$ .

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del siguiente sistema de

ecuaciones:  $\begin{cases} -x - mz = m \\ x + y + 3z = 5 \\ 2x + my = 0 \end{cases}$  b) Resolverlo para  $m=1$

2.- a) Probar que las gráficas de las funciones  $f(x) = 3x^2$  y  $g(x) = 3^{-x}$ , definidas para  $x > 0$ , se cortan al menos en un punto.

b) Probar que el punto de corte es único. Razonar las respuestas.

**MATEMÁTICAS I :**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Sea la función  $f(x) = \ln(x^2-1) + x + 1$ . (ln indica el logaritmo neperiano).

- Estudiar dónde está definida.
- Encontrar el valor de x que hace máxima la función.
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x=2$ .

2.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Calcular  $(A^t \cdot A^{-1})$ , siendo  $A^t$  = matriz traspuesta de A y  $A^{-1}$  = matriz inversa de A
- Encontrar una matriz X que verifique:  $A \cdot X - B^2 = C \cdot D$ .

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- a) Representar el recinto plano limitado por la recta  $y = 1$  y las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{8}{x}$ ,  $g(x) = x^2$ . b) Calcular el área que encierra dicho recinto.

2.- Consideremos las rectas r y s siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2y - z + 3 = 0 \end{cases} \quad s \equiv x + 2 = \frac{y}{a} = \frac{z - 1}{2}$$

- Calcular el valor de "a" para que las rectas r y s sean paralelas.
- Para el valor de a, calculado en el apartado anterior, hallar la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del sistema:

$$\begin{cases} 2x + y - mz = 6 \\ x + (m + 2)y + z = 0 \\ x - y + z = -6 \end{cases} \quad \text{b) Resolverlo para } m=0$$

2.- Se considera la ecuación  $x^5 + x + 1 = 0$ . Responder razonadamente lo siguiente:

- Probar que tiene al menos una solución real.
- Probar que esa solución real es única.

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- De una función f sabemos que  $f(0) = 2$  y que su derivada es  $f'(x) = x \ln(x^2+1)$ . Determinar, razonadamente, la expresión de  $f(x)$ .

2.- Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto  $P(0, 2, 1)$  y corta perpendicularmente a la

recta  $r \equiv \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.  
Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.  
Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

### PRIMERA CUESTIÓN

1.- Hallar todos los puntos de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = -t - 2 \\ y = t + 1 \\ z = 3t \end{cases}$  que están a la misma distancia del punto

$P(-2,0,0)$  y del plano  $\pi$  dado por la ecuación:  $2x + y - 2z + 6 = 0$

2.- Calcular los valores que han de tomar a, b, c para que la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  corte al eje de abscisas en  $x=2$  y el punto  $(1,2)$  sea un punto de inflexión de la gráfica de f.

### SEGUNDA CUESTIÓN

1.- a) Siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & 2 \\ 3 & 2 & a \end{pmatrix}$ , obtener los valores del parámetro a para los que la matriz A no tiene inversa. b) Calcular la matriz inversa de A para  $a=2$ .

2.- En la función  $f(x) = \frac{2x(x^2 - 2)}{x^2 - 1}$ , estudiar:

- Crecimiento, decrecimiento y extremos.
- Rectas asíntotas a la gráfica de la función.

### TERCERA CUESTIÓN

1.- Calcular el valor que tiene que tomar "a" para que el área del recinto plano limitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = -x^2 + ax$  y  $g(x) = -x$ , sea  $(4/3)$  unidades de área.

2.- Consideremos la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+9}{3} = \frac{z-2}{5}$ , el plano  $\pi \equiv x - y + z = 24$  y el punto  $P(2,1,0)$ .

- Calcular la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pase por el punto P.
- Encontrar el punto de intersección de la recta r y el plano  $\pi$ .

### CUARTA CUESTIÓN

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del siguiente sistema de

ecuaciones:  $\begin{cases} -x - mz = m \\ x + y + 3z = 5 \\ 2x + my = 0 \end{cases}$  b) Resolverlo para  $m=1$

2.- a) Probar que las gráficas de las funciones  $f(x) = 3x^2$  y  $g(x) = 3^{-x}$ , definidas para  $x > 0$ , se cortan al menos en un punto.

b) Probar que el punto de corte es único. Razonar las respuestas.

**MATEMÁTICAS I :**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Sea la función  $f(x) = \ln(x^2-1) + x + 1$ . (ln indica el logaritmo neperiano).

- Estudiar dónde está definida.
- Encontrar el valor de x que hace máxima la función.
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x=2$ .

2.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Calcular  $(A^t \cdot A^{-1})$ , siendo  $A^t$  = matriz traspuesta de A y  $A^{-1}$  = matriz inversa de A
- Encontrar una matriz X que verifique:  $A \cdot X - B^2 = C \cdot D$ .

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- a) Representar el recinto plano limitado por la recta  $y = 1$  y las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{8}{x}$ ,  $g(x) = x^2$ . b) Calcular el área que encierra dicho recinto.

2.- Consideremos las rectas r y s siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2y - z + 3 = 0 \end{cases} \quad s \equiv x + 2 = \frac{y}{a} = \frac{z - 1}{2}$$

- Calcular el valor de "a" para que las rectas r y s sean paralelas.
- Para el valor de a, calculado en el apartado anterior, hallar la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del sistema:

$$\begin{cases} 2x + y - mz = 6 \\ x + (m + 2)y + z = 0 \\ x - y + z = -6 \end{cases} \quad \text{b) Resolverlo para } m=0$$

2.- Se considera la ecuación  $x^5 + x + 1 = 0$ . Responder razonadamente lo siguiente:

- Probar que tiene al menos una solución real.
- Probar que esa solución real es única.

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- De una función f sabemos que  $f(0) = 2$  y que su derivada es  $f'(x) = x \ln(x^2+1)$ . Determinar, razonadamente, la expresión de f(x).

2.- Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto P(0, 2, 1) y corta perpendicularmente a la

recta  $r \equiv \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.  
Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.  
Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

### PRIMERA CUESTIÓN

- 1.- a) Hallar el punto de inflexión de la función  $f$  definida por  $f(x) = x e^{-x}$ .  
b) Dibujar la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje  $OX$  y la recta  $x=b$ , siendo  $b$  la abscisa del punto de inflexión, calculado en el apartado anterior.  
c) Calcular el área de la región descrita anteriormente.
- 2.- a) Determinar el punto simétrico,  $Q$ , del punto  $P(0,0,0)$  respecto del plano de ecuación  $x+2y+3z=1$ .  
b) Calcular el cuadrado de la distancia entre dichos puntos ( $P$  y  $Q$ ).

### SEGUNDA CUESTIÓN

- 1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro “ $m$ ”, del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 5y + 4z = -2 \\ x + 3y + m^2z = m \end{cases}$$

b) Resolverlo cuando sea compatible e indeterminado.

- 2.- Dada la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , calcular  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , sabiendo que la gráfica de  $f$  tiene un punto de inflexión en el punto  $A(-1, 3)$  y que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $M(0, 1)$  es horizontal.

### TERCERA CUESTIÓN

- 1.- Para la función  $f(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 4}$ :

- a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento.  
b) Hallar las rectas asíntotas a la gráfica de la función  $f$ .

- 2.- Sean las rectas:  $r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-a}{-1}$  y  $s \equiv \frac{x}{2} = \frac{y}{a} = \frac{z+1}{2}$ .

- a) ¿Para qué valores de “ $a$ ” están  $r$  y  $s$  contenidas en un mismo plano?  
b) En el caso en que  $a=1$ , hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(1, 1, 2)$  y corta a  $r$  y  $s$ .

### CUARTA CUESTIÓN

- 1.- Considerando las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Determinar si tienen inversa y, en su caso, calcular la matriz inversa.  
b) Resolver la ecuación matricial:  $BA - A^2 = AB - X$ .

- 2.- Dada la función  $f(x) = x^4 - 4x - 1$ . Probar, explicando los razonamientos seguidos, que:  
a) Tiene al menos una raíz real en el intervalo  $(1, 2)$ .  
b) En ese intervalo, la raíz es única.

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Considerando el sistema de ecuaciones siguiente: 
$$\begin{pmatrix} 1 & m & -1 \\ 2 & -1 & m \\ 1 & 10 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- ¿Para qué valores de “m” no tiene inversa la matriz de coeficientes?
- Discutir las soluciones del sistema según los valores de “m”.

2.- Sabiendo que la gráfica de una función f pasa por el punto (-1,2) y que su función derivada es

$$f'(x) = \frac{x+1}{x^2+4x+4}, \text{ determinar, razonadamente, la expresión de la función } f(x).$$

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Determinar los valores de “m” para los que el área del recinto cerrado limitado por las rectas  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $y = mx$  y la parábola  $y = -x^2 + 3$  sea 2 unidades de área.

2.- Considerando el plano  $\pi \equiv x - y + 1 = 0$  y el punto  $P(2,0,1)$ :

- Determinar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano  $\pi$  y pasa por el punto P.
- Hallar las coordenadas del punto simétrico al punto P respecto del plano  $\pi$ .

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- a) Enunciar una condición para que una matriz cuadrada tenga inversa.

b) Estudiar si existe la matriz inversa de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y, si es así, calcularla.

2.- Probar que la ecuación  $3^{-x} - x = 0$  tiene al menos una solución real en el intervalo (0, 1) y que ésta es única. Enunciar los teoremas o propiedades que hayas utilizado.

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- Considerando la función f definida para  $x \neq 0$  por  $f(x) = \frac{4x^2 + 3x + 4}{x}$

- Hallar las rectas asíntotas a la gráfica de f.
- Determinar los extremos locales de la función f.

2.- Determinar las ecuaciones de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano determinado por el punto  $P(1,1,1)$  y la recta r de ecuaciones:  $r \equiv \begin{cases} y = 0 \\ 2x + 3z = 1 \end{cases}$

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Dada la función  $f(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 80$

- Determinar el intervalo  $[a, b]$  en el que  $f$  es creciente.
- Calcular el área limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje  $OX$ , y las rectas  $x = a$ ,  $y = b$ .

2.- Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto  $P(1,1,2)$  y es paralelo a las rectas  $r$  y  $s$  dadas por:

$$r \equiv \frac{x-2}{-1} = y = \frac{z+1}{2}, \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Resolver el sistema matricial  $AX + 2B = C$ , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.- Determinar el valor de "a" sabiendo que la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + 1}{x^2 + 1}$  posee una recta asintótica que pasa por el punto  $(1,3)$ .

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Considerando el punto  $P(1,0,-1)$  y la recta  $r$  de ecuaciones:  $r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$

- Hallar la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$ .
- Determinar el plano que pasa por  $P$  y contiene a la recta  $r$ .

2.- En la función  $f(x) = \sin(x) + ax$

- Determinar algún valor de "a" para el que  $f$  sea creciente en todo su dominio de definición.
- Para  $a=1$ , hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x=0$ .

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 2 & 1 & a \\ b & -1 & c \end{pmatrix}$  hallar  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que:

- el vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de  $A$ , es ortogonal al vector  $(1,-1,-1)$ , y
- el producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la tercera columna de la matriz  $A$  por el vector  $(1,0,1)$  es  $(-2,3,2)$ .

2.- En la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$ , estudiar:

- Crecimiento, decrecimiento y extremos.
- Rectas asintotas a la gráfica de la función.



**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Se consideran las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 8 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} ax - y - z = 1 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$$

- ¿Para qué valores del parámetro “a” se cortan las rectas r y s?
- Para el valor de “a”, hallado anteriormente, calcular el punto de corte de ambas rectas.

2.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ . Obtener:

- Máximos y mínimos locales para f.
- Rectas asíntotas a la gráfica de f.

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Determinar una matriz X que verifique la relación:  $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 4 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ .

2.- Considerando la función definida por  $f(x) = (x - 2)e^x$ :

- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
- Dibujar la región limitada por la gráfica de la función, el eje de OX y las rectas  $x=1$  y  $x=3$ .
- Hallar el área de la región descrita en el apartado anterior.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Encontrar, razonadamente, la expresión de una función f, sabiendo que verifica  $f(2)=1/2$  y tiene por derivada a la función  $f'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^2}$ .

2.- a) Considerando la recta  $r \equiv \begin{cases} x - 4y + 9 = 0 \\ 3y - z - 9 = 0 \end{cases}$ , determinar la ecuación de un plano que contiene a la recta r y pasa por el punto  $P(1,4,0)$ .

- Hallar la ecuación de un plano que esté a 3 unidades del origen, ¿cuántas soluciones hay?

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- a) Enunciar el teorema de Rolle.

b) Probar que la ecuación:  $-x + 3 \ln(x) = 0$  tiene al menos una solución real en el intervalo  $[1, e]$  y que en este intervalo es única. (ln significa logaritmo neperiano).

2.- a) Definir el concepto de producto escalar de vectores en  $\mathbb{R}^3$ .

b) Encontrar un vector w cuya primera componente sea 2 y sea perpendicular a los vectores  $\vec{u} = (1, -1, 3)$  y  $\vec{v} = (0, 1, -2)$ .

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Dada la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$  y los puntos P(-1,2,0) y Q(5,a,b), se pide:

- Hallar a y b sabiendo que la recta PQ es paralela a r.
- Dar las ecuaciones de la recta PQ.
- Calcular la distancia entre los puntos P y Q.

2.- Sea la función  $f(x) = x\sqrt{5-x^2}$ . Calcular:

- Dominio de definición de f.
- El área de la región limitada por la gráfica de f y la parte positiva del eje OX.

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Considerando las matrices  $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Comprobar que se verifica la igualdad  $A^2 - 2A + I = 0$ .
- Utilizando la igualdad anterior, calcular razonadamente el valor de  $A^{-1}$ .

2.- Sea la función  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$

- Calcular los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- Obtener las rectas asíntotas a la gráfica de f.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Consideremos la función  $f(x) = x^3 + ax$ , donde "a" es un número real.

- Escribe, en función de "a", la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- Determinar el valor de "a" para que dicha recta pase por el punto (2, 0).

2.- Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(1,2,1) y corta perpendicularmente a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores el parámetro "m", del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ my + z = 0 \\ x + (1+m)y + mz = m + 1 \end{cases}$$

b) Resolverlo para  $m = 2$ .

2.- a) Enunciar el teorema de Bolzano.

b) ¿Se puede asegurar que la función  $f(x) = x^3 - 3\text{sen}x + 4$  se hace cero en algún punto del intervalo (-2, 2)? Razona la respuesta.

c) Responde a la misma pregunta anterior para la función derivada de f, en el intervalo (0,  $\pi$ ).

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ ,

- Obtener las rectas asíntotas a la gráfica de f.
- Calcular el punto de corte de la asíntota oblicua con la gráfica de f.

2.- Sea el plano  $\pi \equiv 2x + y - z = 0$  y el punto P(1,1,1).

- Determinar la ecuación de una recta perpendicular al plano  $\pi$  y que pase por P.
- Calcular la distancia del punto P al plano  $\pi$ .

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Considerando las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  e  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  encontrar una matriz X

verificando:  $B + AX = I$ .

2.- Sean las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = \sqrt[3]{x}$ .

- Dibujar la región limitada por las rectas  $x = 0$ ,  $x = -1$  y las gráficas de f y g.
- Hallar el área de la región descrita en el apartado anterior.

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro "m", del sistema:

$$\begin{cases} x - y + z = 5 \\ mx + y + 2mz = 1 \\ 2mx + 2y - 3z = 5m + 1 \end{cases}$$

b) Resolverlo para  $m = 2$ .

2.- Dada la parábola  $y = ax^2 + c$ , encontrar los valores de a y c, sabiendo que la recta  $y = 3x + 2$  es tangente a la gráfica de la parábola en el punto (1,5).

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- Determinar el punto simétrico de P(-3,1,-7) respecto de la recta  $r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$

2.- Se considera la ecuación  $2^{-x} - x^2 = 0$ .

- Probar que tiene al menos una solución real en el intervalo (0,1).
- Probar que esa solución es única.

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.  
Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.  
Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Consideremos el plano  $\pi \equiv x + 5y - z = 1$ , el punto  $P(2,0,1)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} 2x + y - 5z = 2 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$

- Calcular la ecuación de una recta paralela a la recta  $r$  y que pase por el punto  $P$ .
- Calcular el punto de intersección de la recta  $r$  y el plano  $\pi$ .

2.- Encontrar, razonadamente, la expresión de una función  $f$ , sabiendo que verifica  $f(4)=0$  y tiene por derivada a la función  $f'(x) = \frac{x+3}{x^2-x-6}$

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ . Estudiar si existe la inversa de la matriz  $(A.B)$  y, si es así, calcularla.

2.- Considerando la función  $f(x) = (2x^2 - 3x)e^x$

- Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- Obtener los máximos y mínimos locales para  $f$ .

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- a) Estudiar la compatibilidad, según los valores del parámetro "m", del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + my + z = m + 2 \\ x + y + mz = -2(m+1) \\ mx + y + z = m \end{cases}$$

b) Resolverlo para  $m = -1$ .

2.- Calcular la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = \frac{\sqrt{5-x^2}}{2}$  en el punto donde dicha gráfica corta a la bisectriz del primer cuadrante.

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- Encontrar el valor de "a" ( $a > 0$ ) para que el área comprendida entre la parábola  $y = x^2 + a x$ , y la recta  $y + x = 0$  sea 36 unidades de área.

2.- a) Hallar la distancia del punto  $P(1,1,3)$  a la recta  $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$

b) Determinar el plano que pasa por  $P$  y contiene a la recta  $r$ .

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- Para la función  $f(x) = \frac{2}{x} + x$ ,

- a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcula las rectas asíntotas a la gráfica de f.

2.- Consideremos las rectas r y s siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2y - z + 3 = 0 \end{cases} \quad s \equiv x + 2 = \frac{y}{a} = \frac{z - 1}{2}$$

- a) Calcula el valor de "a" para que las rectas r y s sean paralelas.
- b) Para el valor de a, calculado en el apartado anterior, halla la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Calcula una matriz X que verifique la ecuación matricial  $AX+B=C$ , siendo

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2.- a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = -x^2 + 4x$  paralela a la recta  $y = 2x$  y que pase por el punto (1,3).

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función y la recta  $y = x$ .

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- De una función, f, sabemos que  $f(0)=3$  y que la expresión de su función derivada es:  $f'(x) = xe^{-x}$ . Determina, razonadamente, la expresión de f(x).

2.- Estudia la compatibilidad, según los valores del parámetro a, del sistema: 
$$\begin{cases} -2x - y + z = -1 \\ ax - y + 2z = 3 \\ -3x + 2az = 1 - a \end{cases}$$

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- a) ¿Cuándo decimos que dos vectores de  $\mathbb{R}^3$  son ortogonales o perpendiculares?.

b) Comprueba que son perpendiculares las rectas:  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases} \text{ y } s \equiv \frac{x}{-1} = y - 1 = \frac{z + 1}{2}$

2.- a) Estudia concavidad, convexidad y puntos de inflexión de  $f(x) = e^{-x}(1-x)$ .

b) Determinar la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en su punto de inflexión.

**MATEMÁTICAS I:**

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.

Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.

Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

**PRIMERA CUESTIÓN**

1.- a) Determina en qué punto la recta  $y = \frac{x}{e}$  es tangente a la gráfica de la función  $f(x) = \ln x$ .

b) Calcula el área de la región plana limitada por la recta y la función anteriores y el eje OX.

2.- a) Determina la ecuación de una recta que es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x + y - z - 1 = 0$  y pasa por el punto  $P(1,1,1)$ .

b) Halla la distancia del punto P al plano  $\pi$ .

**SEGUNDA CUESTIÓN**

1.- Encuentra la ecuación del plano que contiene a la recta  $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$  y es paralelo a la

$$\text{recta } s \equiv \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

2.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Estudia si existe, y, si es así, calcula la matriz inversa de A.

b) Determina una matriz X que verifique la ecuación:  $A \cdot B = A \cdot X \cdot A$

**TERCERA CUESTIÓN**

1.- Si  $f(x) = \frac{4x^2 - x}{x^2 - 1}$ , determina:

a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos de f.

b) Rectas asíntotas a la gráfica de la función f.

2.- a) Estudia la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del sistema: 
$$\begin{cases} 2x + y - mz = 6 \\ x + (m+2)y + z = 0 \\ x - y + z = -6 \end{cases}$$

b) Resuélvelo para  $m=0$

**CUARTA CUESTIÓN**

1.- Se considera la ecuación  $x^5 + x + 1 = 0$ .

a) Prueba, razonadamente, que tiene al menos una solución real.

b) Demuestra que esa solución real es única.

2.- Sea la función  $f(x) = \ln(x^2 - 1) + x + 1$ . (ln indica el logaritmo neperiano).

a) Estudia dónde está definida.

b) Encuentra el valor de x que hace máxima la función.

c) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x=2$ .

Elegir dos cuestiones de las cuatro propuestas.  
Responder, razonadamente y por escrito, a todos los apartados de las cuestiones elegidas.  
Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Todos los ejercicios se valorarán con 2.5 puntos.

### PRIMERA CUESTIÓN

1.- Calcula el punto simétrico del punto (1,1,1) respecto de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = z \\ y = 3z + 1 \end{cases}$

2.- Siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \lambda & 3 \\ 4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$ , a) Halla los valores del parámetro  $\lambda$  para los que la matriz A tiene inversa.

b) Comprueba que para  $\lambda=0$ , la inversa de la matriz A es  $\begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 0 \\ -4 & -4/3 & 1 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$

### SEGUNDA CUESTIÓN

1.- a) Representa la función  $f(x) = \begin{cases} |x-2| & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ \frac{3}{x} & \text{si } 3 < x < 4 \end{cases}$

b) A la vista de la gráfica de la función, indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento así como los extremos relativos. c) ¿Es continua en todo el dominio?. ¿Tiene derivada en  $x=2$ ?. Razónalo.

2.- Consideremos la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+9}{3} = \frac{z-2}{5}$ , el plano  $\pi \equiv x - y + z = 24$  y el punto P(2,1,0).

- a) Calcula la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pase por el punto P.  
b) Encuentra el punto de intersección de la recta r y el plano  $\pi$ .

### TERCERA CUESTIÓN

1.- a) Representa el recinto plano limitado por la recta  $y = 1$  y las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{8}{x}$  y  $g(x) = x^2$ . b) Calcula el área que encierra dicho recinto.

2.- a) Estudia la compatibilidad, según los valores del parámetro m, del sistema:

$$\begin{cases} x + my + z = 2 \\ 2x - y + mz = 0 \\ x + 3y + z = 8 - 2m \end{cases} \quad \text{b) Resuélvelo para } m = 0.$$

### CUARTA CUESTIÓN

1.- Determina el plano que pasa por los puntos P(3,2,1), Q(3,1,-5) y es perpendicular al plano  $6x+7y+2z=10$ . Indica los pasos seguidos.

2.- En la función  $f(x) = \frac{2x(x^2 - 2)}{x^2 - 1}$ , estudia:

- a) Crecimiento, decrecimiento y extremos.  
b) Rectas asíntotas a la gráfica de la función.