



Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

PROPUESTA A

1A. a) Calcula los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + be^x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

sea continua y derivable en $x = 0$. (1,5 puntos)

b) Para los valores encontrados, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$. (1 punto)

2A. Calcula la integral definida

$$\int_0^1 (x^2 + x + 1)e^{-x} dx \quad (2,5 \text{ puntos})$$

3A. a) Sabiendo que A es una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A| = 5$, calcula razonadamente el valor de los determinantes

$$|-A|, \quad |A^{-1}|, \quad |A^T|, \quad |A^3| \quad (1 \text{ punto})$$

b) Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

calcula, usando las propiedades de los determinantes,

$$\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix} \quad y \quad \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2a & 2b & 2c \\ 0 & 30 & 0 & 10 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

4A. a) Halla $a \in \mathbb{R}$ para que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -x + y - 3z = 2 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = a \end{cases}$$

se corten en un punto. (1,25 puntos)

b) Para dicho valor de a , da la ecuación implícita de un plano π que contenga a r y s . (1,25 puntos)

(sigue a la vuelta)



PROPUESTA B

- 1B.** a) Calcula los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = 1 + x^2 e^{-x^2}$. **(1,5 puntos)**
b) Calcula las asíntotas de $f(x)$. **(1 punto)**

2B. Para cada $c \geq 2$ definimos $A(c)$ como el área de la region encerrada entre la gráfica de

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{x^4}$$

el eje de abscisas, y las rectas $x = 1$ y $x = c$.

a) Calcula $A(c)$. **(1,5 puntos)**

b) Calcula

$$\lim_{c \rightarrow +\infty} A(c) \quad \text{(1 punto)}$$

3B. a) Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x - y + z = 8 \\ x - 5y + az = 4 \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}$$

es compatible indeterminado. Calcula a y resuelve el sistema para dicho valor del parámetro. **(2 puntos)**

b) Para el valor de a encontrado, da una solución particular del sistema tal que $x = y$. **(0,5 puntos)**

4B. Dados el plano $\pi \equiv x - y = 4$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + z = 1 \\ 2x + y + az = 0 \end{cases} \quad a \in \mathbb{R},$$

se pide:

a) Estudia si existe algún valor del parámetro a para el que r y π sean paralelos. **(0,75 puntos)**

b) Estudia si existe algún valor del parámetro a para el que r y π se corten perpendicularmente. **(0,75 puntos)**

c) Para $a = 1$, da la ecuación implícita de un plano π' que contenga a r y corte perpendicularmente a π . **(1 punto)**



Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

PROPUESTA A

1A. a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de la función

$$f(x) = \frac{x-1}{2x+2}$$

Estudia si tiene puntos de inflexión. **(1,5 puntos)**

b) ¿En qué puntos de la gráfica de $f(x)$ la recta tangente es paralela a la recta $y = x - 2$? **(1 punto)**

2A. a) Esboza la región encerrada entre las gráficas de las funciones $f(x) = \operatorname{sen}x$, $g(x) = -\operatorname{sen}x$, y las rectas $x = \pi/2$ y $x = 3\pi/2$. **(0,5 puntos)**

b) Calcula el área de la región anterior. **(2 puntos)**

3A. a) Discute, en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$, el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ m+1 & 3 & m-1 \\ m-1 & m+3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{(2 puntos)}$$

b) ¿Para qué valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$ existe la matriz inversa de A ? **(0,5 puntos)**

4A. a) Estudia la posición relativa de las rectas

$$r \equiv x = -y = z \quad \text{y} \quad s \equiv x = y = z - 2. \quad \text{(1,25 puntos)}$$

b) Calcula la distancia entre r y s . **(1,25 puntos)**

(sigue a la vuelta)



PROPUESTA B

1B. Para la función $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$

- a) Estudia sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus extremos relativos. **(1,5 puntos)**
b) Estudia si tiene asíntota oblicua cuando $x \rightarrow +\infty$. **(1 punto)**

2B. Calcula las integrales

$$\int \frac{e^x}{e^x - e^{-x}} dx, \quad \int \frac{2}{4 + x^2} dx \quad \text{(1,25 puntos por cada integral)}$$

Nota: En la primera integral puede ayudarte hacer el cambio de variable $t = e^x$.

3B. Encuentra dos matrices A, B cuadradas de orden 2 que sean solución del sistema matricial

$$\begin{cases} 2A + B = C^2 \\ A - B = C^{-1} \end{cases}$$

siendo

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{(2,5 puntos)}$$

4B. a) Estudia, en función del valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, la posición relativa de los planos

$$\pi_1 \equiv x + y - z = 3$$

$$\pi_2 \equiv x - y + az = -1$$

$$\pi_3 \equiv ax + y - z = 5$$

(1,5 puntos)

- b) Calcula, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$, la distancia entre los planos π_1 y π_3 . **(1 punto)**
-