Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

PROPUESTA A

1A. Dada la función $f(x) = e^{\operatorname{sen} x} + x^2 + ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$:
a) Determina los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto (0,2) y que en dicho punto tiene un extremo relativo. **(1,5 puntos)**
b) Para los valores de los parámetros encontrados, estudia si dicho extremo relativo es un máximo o un mínimo. **(1 punto)**

2A. Dada la función

$$g(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ (2x-2)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

a) Esboza la región encerrada entre la gráfica de $g(x)$ y el eje de abscisas. **(0,5 puntos)**
b) Calcula el área de la región anterior. **(2 puntos)**

3A. a) Despeja X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = X$, donde A, B y X son matrices cuadradas de orden 3. **(1 punto)**
b) Calcula X, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$ **(1,5 puntos)**

4A. a) Calcula la distacia del punto $P(-1, 2, 0)$ a la recta

$$r \equiv \begin{cases} -x + y + 2z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$ **(1,25 puntos)**

b) Calcula el punto simétrico de P respecto de r. **(1,25 puntos)**

(sigue a la vuelta)

Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

PROPUESTA B

1B. Calcula el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x} - x}{x-2}, \qquad g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4x + 4}$$ **(1,25 puntos por cada función)**

2B. Dada la función $f(x) = (x+1)e^{2x}$, se pide:
a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de $f(x)$. **(1,25 puntos)**
b) Encuentra una primitiva de la función $f(x)$ que pase por el origen de coordenadas. **(1,25 puntos)**

3B. He pensado un número de tres cifras tal que la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos. Además, si a dicho número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198. Por último, las tres cifras de mi número suman 12.
a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales que recoja la información anterior y clasifícalo. Para ello, puede serte útil observar que el número cuya cifra de las centenas es x, la de las decenas y, y la de las unidades z, puede expresarse como $100x + 10y + z$. **(1,5 puntos)**
b) Determina, si el problema tiene solución, el número de tres cifras que he pensado. **(1 punto)**

4B. Dados los puntos $A(1, \lambda+1, -1)$, $B(2, \lambda, 0)$ y $C(\lambda+2, 0, 1)$, se pide:
a) Estudia si existe algún valor del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ para el que A, B y C estén alineados. **(1,25 puntos)**
b) Para $\lambda = -1$, da la ecuación implícita del plano π que contiene a los puntos A, B y C. **(1,25 puntos)**

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

PROPUESTA A

1A. Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{xe^{\operatorname{sen} x}}, \qquad \lim_{x\to 0} (1+\tan x)^{\frac{1}{x+\operatorname{sen} x}} \qquad \textbf{(1,25 puntos cada límite)}$$

Nota: $\tan x$ denota a la tangente de x.

2A. a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = x^2$ en el punto de abscisa $x = 2$. **(0,5 puntos)**
b) Esboza la región encerrada entre las gráficas de $f(x)$, la recta calculada en el apartado a) y el eje de ordenadas. **(0,5 puntos)**
c) Calcula el área de la región anterior. **(1,5 puntos)**

3A. a) Enuncia el Teorema de Rouché-Fröbenius. **(0,5 puntos)**
b) Razona que el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 3y & - & 3z & = & 4 \\ 2x & - & y & + & z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & - & az & = & 5 \end{array}\right. \qquad a \in \mathbb{R}$$

no es incompatible para ningún valor $a \in \mathbb{R}$. **(1 punto)**
c) Resuelve el sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. **(1 punto)**

4A. Dada la recta

$$r \equiv \left\{\begin{array}{l} 2x - y + z = 3 \\ x - z = 1 \end{array}\right.$$

a) Da la ecuación implícita del plano π perpendicular a r que pasa por el punto $P(2,1,1)$. **(1,25 puntos)**
b) Halla el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen de coordenadas y los tres puntos que resultan al hacer la intersección de π con los ejes coordenados. **(1,25 puntos)**

(sigue a la vuelta)

Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

PROPUESTA B

1B. Determina cómo dividir un segmento de 90 cm en dos trozos, de forma que la suma del área del semicírculo cuyo diámetro es uno de ellos y el área de un triángulo rectángulo que tiene como base el otro trozo y cuya altura es π veces su base, sea mínima. **(2.5 puntos)**
Nota: Recuerda que el área de un círculo de radio r es πr^2.

2B. Calcula las integrales

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}\left(4x^3 - \sqrt[4]{x}\right)\, dx, \qquad \int x \ln x \, dx \qquad \textbf{(1,25 puntos por integral)}$$

3B. a) Despeja X en la ecuación matricial $A \cdot X - A = 2A^2$, donde A y X son matrices cuadradas de orden 3. **(1 punto)**
b) Calcula X, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(1 punto)}$$

c) Calcula los determinantes de las matrices A^{101} y A^{1000}. **(0,5 puntos)**

4B. Dados el plano $\pi \equiv x + ay + 3z = 2$, $a \in \mathbb{R}$, y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

a) Halla a para que π y r se corten perpendicularmente. **(1,25 puntos)**
b) Halla a para que π y r sean paralelos. **(1,25 puntos)**
