



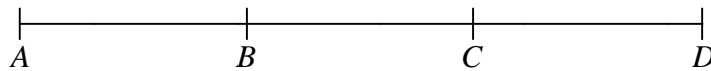
# MATEMÁTICAS

1ª Quincena – Curso 2011-2012

## Fractal: conjunto ternario de Cantor

Vamos a construir el llamado conjunto ternario de Cantor, que constituye un ejemplo de lo que en matemáticas se denomina fractal<sup>1</sup>.

- 1) Tomamos un segmento de longitud 1 y lo dividimos en tres partes iguales:



- 2) Eliminamos el segmento central (BC) (iteración 1):



- 3) Ahora dividimos los segmentos AB y CD en tres partes iguales cada uno, y eliminamos la central de cada uno de los segmentos (iteración 2):



- 4) El conjunto ternario de Cantor es el conjunto de puntos que se obtiene si realizamos estas iteraciones de forma indefinida, con todos los segmentos que vamos obteniendo.

Ahora que ya lo tenemos construido, vamos con las preguntas:

- ¿Cuántos segmentos hay en la primera iteración?
- ¿Cuántos segmentos hay en la segunda iteración?
- ¿Cuántos segmentos hay en la décima iteración?
- ¿Cuántos segmentos hay en la  $n$  – ésima iteración?
- ¿Cuánto mide cada segmento de la primera iteración?
- ¿Cuánto mide cada segmento de la segunda iteración?
- ¿Cuánto mide cada segmento de la décima iteración?
- ¿Cuánto mide cada segmento de la  $n$  – ésima iteración?
- ¿Cuánto da la suma de las longitudes de todos los segmentos que aparecen en la primera iteración?
- ¿Cuánto da la suma de las longitudes de todos los segmentos que aparecen en la segunda iteración? ¿Cuánto da la suma de las longitudes de todos los segmentos que aparecen en la  $n$  – ésima iteración?
- ¿Cuánto da la suma de las longitudes los infinitos segmentos que aparecen al hacer infinitas iteraciones? (Sugerencia: representa la función, usando algún programa de ordenador, y mira hacia dónde se acerca la gráfica de la función cuando  $n$  se va haciendo cada vez más grande (tiende a infinito))

<sup>1</sup> Introduce en Google Imágenes la palabra fractales y verás cómo te sorprendes.

## El teorema de los cuatro colores

¿Cuál es el número mínimo de colores suficiente para pintar cualquier mapa geográfico de forma que no haya dos países fronterizos pintados del mismo color?

Este es un famoso problema que durante 124 años trajo de cabeza a matemáticos de fama mundial. La demostración de este hecho, que **cuatro colores eran suficientes**, se terminó en 1970 con el uso de ordenadores. Posteriormente fue confirmada la demostración sin hacer uso de ordenadores.

Martin Gardner aseguraba (sabiendo que no era cierto y solo para provocar a sus lectores) hacia abril de 1975 que el siguiente mapa de 110 regiones necesitaba más de 4 colores para poder ser pintado en las condiciones del teorema de los cuatro colores. Demuestra que esta afirmación no es cierta pintando el mapa con solo 4 colores y sin que ningún par de regiones que compartan frontera tenga el mismo color.

