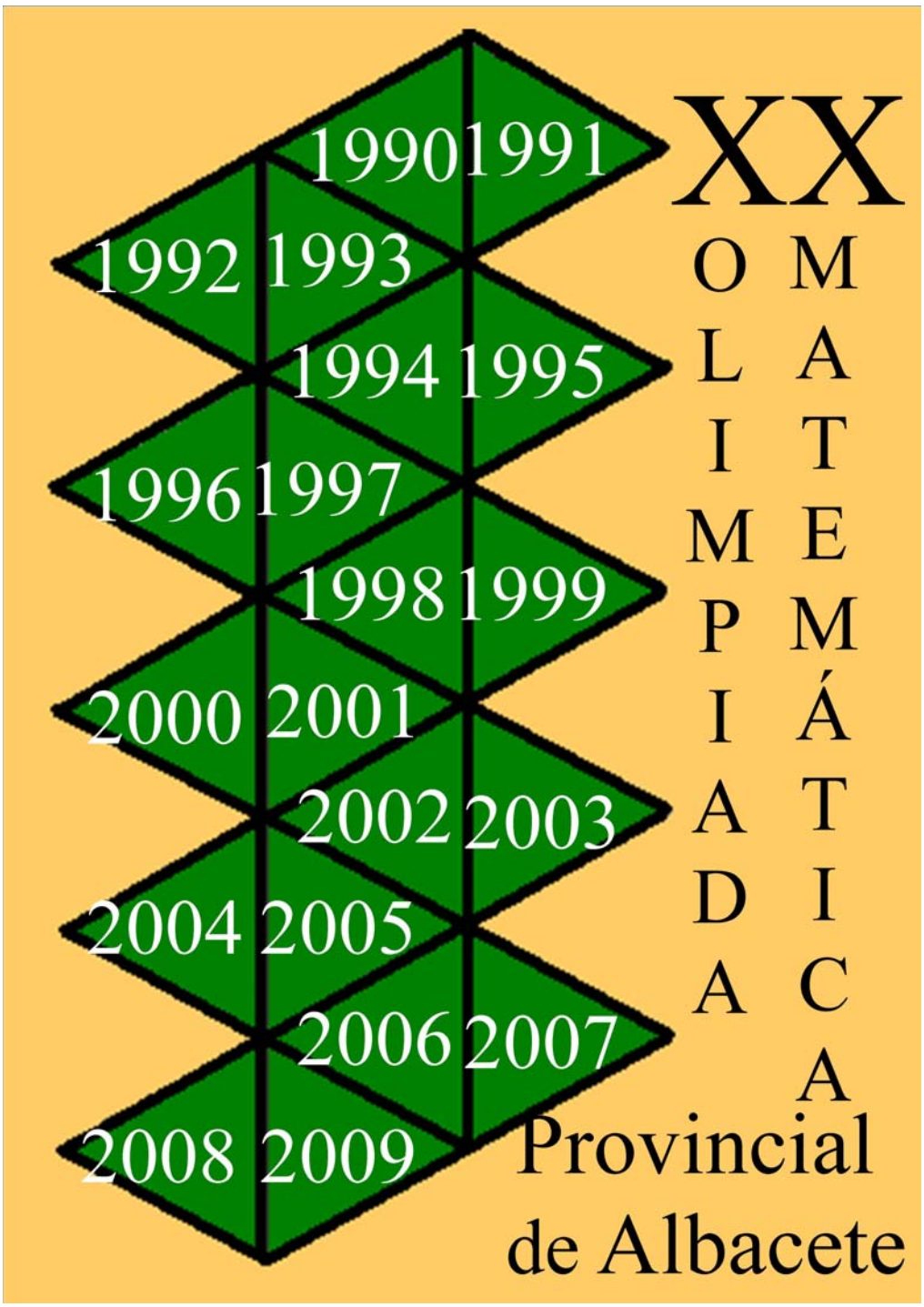


DISEÑO DE JAVIER NAVARRO QUIJADA

Enunciados y Soluciones a los Problemas

Autores
Juan Martínez-Tébar Giménez
Joaquín Jiménez Ramos
Juan Pablo Martínez Corchano

XX OLIMPIADA

PRESENTACIÓN

La Olimpiada Matemática es una actividad organizada con la finalidad de contribuir a desarrollar la competencia matemática entre los alumnos de primer y segundo ciclos de Educación Secundaria. Permite además intercambiar experiencias y compartir propuestas didácticas por parte de los profesores de los diferentes centros de la provincia de Albacete.

También con ella se intenta sensibilizar a la sociedad sobre la necesidad de mejorar una educación matemática que potencie el desarrollo personal y la integración de unos ciudadanos libres y responsables en el siglo XXI.

Son propósitos de esta actividad:

- Potenciar el razonamiento matemático a través de la resolución de problemas.
- Fomentar la capacidad de comunicación y argumentación matemáticas de los estudiantes.

La riqueza de un problema no se encuentra en su resolución, sino en la variedad de puntos de vista que nacen de los diferentes "resolutores", el enunciado debe invitar a la asunción de riesgos en la interpretación, a que cada uno marque sus límites, a que cada uno, en fin, haga suyo el planteamiento y obtenga placer al dedicar tiempo y esfuerzo a su resolución, aunque ésta no se alcance.

.

En esta edición los finalistas han sido:

CICLO 12-14	CICLO 14-16
ATIENZAR MARTÍNEZ PABLO	**CALERO APARICIO ANA**
CALATAYUD MARTÍ PILAR	**CÓRCOLES FERNÁNDEZ DAVID**
CUARTERO TENDERO VIRGINIA	**FELIFE NAVARRO JUAN CARLOS**
CUENCA JUAN FERNANDO	**HERNÁNDEZ FAJARDO GONZALO**
GARCÍA MÍNGUEZ ÁNGELA	**JUAN NAVARRO ELENA**
LÓPEZ JAREÑO ESTHER	**MARTÍNEZ GALLEGO MIGUEL ARMANDO**
JIMÉNEZ PIQUERAS CELIA	**MOLINA PÉREZ IGNACIO JOSÉ**
POLO OLTRA ÁNGELA	**PÉREZ DE LOS COBOS HERMOSA CASSIUS MANUEL**
RUIZ MUÑOZ BEATRIZ	**SERRANO MARTÍNEZ Fco TOMÁS**
ZAFRILLA NIETO MARÍA	**VÁZQUEZ GARIJO Fco JOSÉ**

Profesores y alumnos finalistas en el IES Bachiller Sabuco de Albacete

El ganador del concurso de carteles ha sido Javier Navarro Quijada que aparece junto a Roberto Tébar Martínez (izquierda) quien en la Olimpiada Nacional en Murcia obtuvo Mención especial

Otra ve más, las Matemáticas y los problemas han vuelto a salir a la calle, donde por medio del juego se han acercado a todos los públicos para enseñar y divertir.

XX Olimpiada Provincial de Albacete

Nivel 12/14

Primera Fase

Problema 1. DARWIN Y LOS MONOS
Problema 2. BALONCESTO
Problema 3 EL PERNALES
Problema 4. EL TERRENO DE MARÍA
Problema 5. CAJÓN REVUELTO
Problema 6 EN BUSCA DE LA CIFRA PERDIDA

Segunda Fase

Problema 1. ÁREAS
Problema 2. LOS MÚSICOS
Problema 3. UNA CURIOSA REGULARIDAD NUMÉRICA

Fase Final

Problema 1. LA MÁQUINA ENIGMA
Problema 2 UN PASEO A LA FERIA
Problema 3.LA TIRA DE TRIÁNGULOS

Nivel 14/16

Primera Fase

Problema 1. CORRER Y ANDAR
Problema 2. EL SITIO PRECISO
Problema 3. UNA ESTACA MATEMÁTICA
Problema 4.LA POBLACIÓN DE ALBACETE
Problema 5. COLOCANDO CÍRCULOS
Problema 6. 2009 AÑO DE LA ASTRONOMÍA

Segunda Fase

Problema 1. FLECHAS Y HEXÁGONOS
Problema 2. LIO DE LÁMPARAS EN UNA HABITACIÓN
Problema 3. CURIOSO 2009

Fase Final

Problema 1.LA TÓMBOLA DE LA FERIA
Problema 2. LA CUERVA
Problema 3. BUSCANDO RAZONES

Soluciones

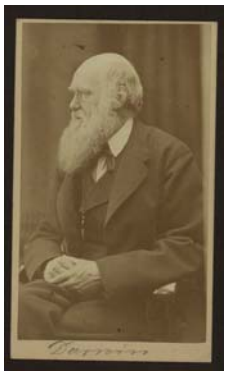
XX Olimpiada

Albacete 2009

Nivel 12/14

Primera Fase

F.1 (12/14) Problema 1. DARWIN Y LOS MONOS



*El 12 de febrero de 2009 se celebra el **segundo centenario** del nacimiento de **Charles Robert Darwin** a la vez que se cumplen **150 años** de la publicación de " **El Origen de las Especies**". En esta obra se explica la Teoría de la Evolución.*
Uno de los errores más frecuentes es deducir de esta teoría que el hombre desciende del mono, mientras lo que realmente dice es que los actuales simios y el hombre deben tener un antepasado evolutivo común.

Hablando de monos:

Supongamos que 7 monos tardan 7 minutos en comer 7 bananas.

1. *¿Cuántos minutos tardarían 4 monos en comer 4 bananas?*

2. *¿Cuántos monos serían necesarios para comer 42 bananas en 42 minutos?*

F.1 (12/14) Problema 2. BALONCESTO

Si una pelota de baloncesto pesa 1/2 kilo más la mitad de su propio peso, ¿cuánto pesa?

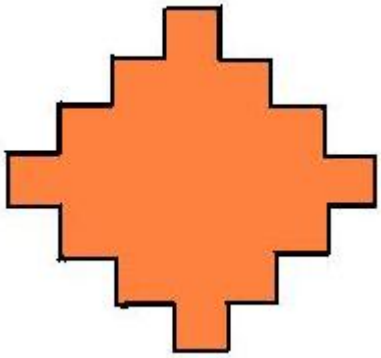
F.1 (12/14) Problema 3. EL PERNALES

La partida de bandoleros del Pernales ha atracado un cargamento de lingotes de oro en la sierra de Alcaraz. El botín consiste en treinta lingotes que repartirán en partes iguales los dieciocho bandoleros de los que consta la partida. Como les pisa los talones la Guardia Civil y no tienen buenas herramientas tienen que hacer pocos cortes a los lingotes para salir huyendo lo más rápido posible. ¿Cuál es el número mínimo de cortes que deben hacer?

F.1 (12/14) Problema 4. EL TERRENO DE MARÍA

María es propietaria de un terrenito con la forma que se ve en la figura. Este terreno posee la propiedad de que si medimos su perímetro en km y su área en km², las dos medidas están representadas por el mismo número.

¿Cuál es el perímetro del terrenito?



F.1 (12/14) Problema 5. CAJON REVUELTO

En un cajón hay revueltos diez pares de calcetines de color rojo y diez pares de color verde. Si los sacamos del cajón al azar y sin mirar, ¿cuál es el número mínimo de calcetines que es necesario extraer para asegurarme que obtengo un par del mismo color?
¿Y si en lugar de calcetines fueran guantes?

F.1 (12/14) Problema 6. EN BUSCA DE LA CIFRA PERDIDA

Efectuamos la siguiente multiplicación:

15 x 14 x 13 x 12 x 11 x 10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2

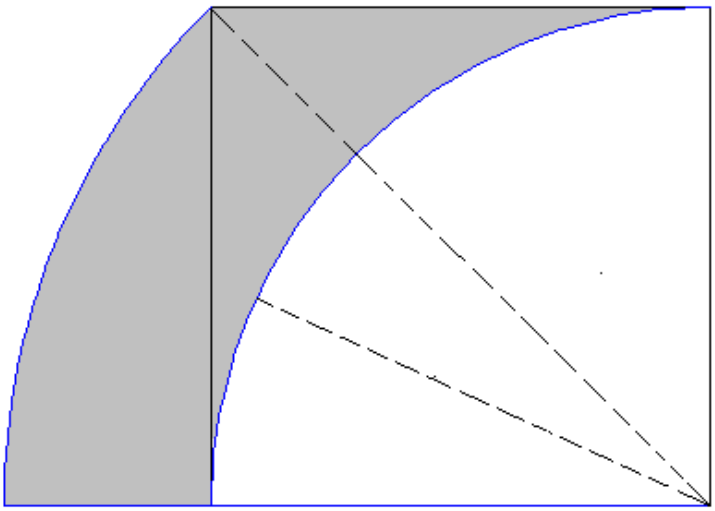
*Pero al apuntar el resultado vemos que la quinta cifra empezando por la izquierda queda borrosa y no sabemos cúal es, la representamos por **A**:*

*1 3 0 7 **A** 7 4 3 6 8 0 0 0*

*Encontrar el valor de **A** sin necesidad de volver a realizar la operación.*

Segunda Fase

F.2 (12/14) Problema 1. ÁREAS
Sabiendo que el cuadrado tiene de lado 1 m calcula el área sombreada



F.2 (12/14) Problema 2. LOS MÚSICOS
Seis músicos participan en un festival de música. En cada concierto, algunos de esos músicos tocan y los demás escuchan. ¿Cuál es el mínimo número de conciertos necesario para que cada músico escuche a todos los demás?

F.2 (12/14) Problema 3. UNA CURIOSA REGULARIDAD NUMÉRICA

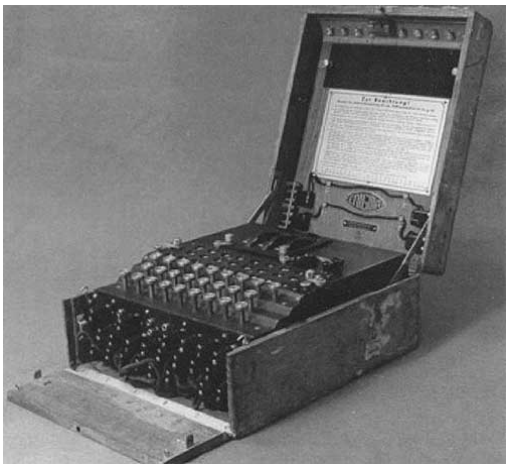
Toma un número cualquiera de tres cifras. Escribe el número que se obtiene ordenando sus tres cifras de mayor a menor y resta a este número el que se obtiene de ordenar las cifras de menor a mayor. Repite este proceso varias veces.

- *¿Encuentras algún número especial después de haber repetido suficiente número de veces este proceso varias veces con diferentes números?*
- *¿Ocurrirá esto para cualquier número de tres cifras que tomes?*
- *Escribe todas las propiedades que obtengas*

Fase Final

F.F (12/14) Problema 1. LA MÁQUINA ENIGMA

Como sabes la máquina Enigma fue un invento que en la segunda guerra mundial se usó para romper los códigos de comunicación de las tropas alemanas.
Lo que te proponemos es que actúes como destructor de códigos en el siguiente ejemplo:
Cada letra en las palabras llevan asociado un valor numérico menor que 10 y estos valores son tales que multiplicados nos dan:
BAT=90, LET=168 y BET=105 ¿Qué valor asociaríamos a TABLE?

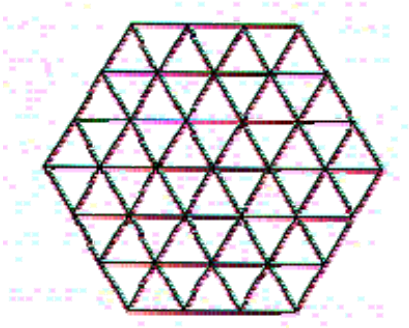


F.F (12/14) Problema 2. UN PASEO A LA FERIA

Juan queda con su abuelo en dar un paseo por la Feria de Albacete. Como su abuelo camina a una velocidad de 3 Km/h y Juan a 4 Km/h este sale de su casa un cuarto de hora antes que su abuelo para llegar al mismo tiempo. Al terminar el paseo acompaña a su abuelo hasta su casa y se da cuenta al regresar a su domicilio, por el mismo camino, que anduvo cuatro veces la distancia que recorrió su abuelo (sin contar el recorrido que hicieron por la Feria) ¿A qué distancia se encuentran sus casas?

F.F (12/14) Problema 3. LA TIRA DE TRIÁNGULOS

Tenemos un hexágono regular cuyo lado tiene una longitud que se expresa mediante un número entero. Trazando paralelas a todos sus lados, se puede dividir el hexágono en triángulos equiláteros cuyo lado mide la unidad. En esta figura se muestra lo que ocurre si el lado del hexágono es de 3 unidades.



Encontrar el número de triángulos que se forman cuando el lado del hexágono sea de n unidades.

Nivel 14/16

Primera Fase

F.1 (14/16) Problema 1. CORRER Y ANDAR

Juan y Luisa recorrieron una determinada distancia. Juan corrió la mitad de la distancia y anduvo la otra mitad; Luisa corrió la mitad del tiempo y anduvo la otra mitad.
Si los dos corren a la misma velocidad y andan a la misma velocidad, ¿cuál tardó menos en llegar?

F.1 (14/16) Problema 2. EL SITIO PRECISO

En un concurso televisivo se va a repartir un premio entre 10 personas siguiendo el siguiente procedimiento: Los participantes se colocan en fila y:

a) Se eliminarán todos los que estén en lugares impares: 1,3,5,...

*b) Entre los que queden, se volverán a eliminar los que ocupen lugares impares y así sucesiv*amente, *hasta que quede sólo uno, que será el ganador.*

Si te ofrecen la posibilidad de elegir el lugar en el que colocarte, ¿cuál elegirías? Justifica tu respuesta.

Y si fuesen 35 participantes, ¿en qué lugar te colocarías? ¿Y si fuesen 100?

¿Puedes dar un resultado general para cualquier número de participantes? ¿Al cabo de cuántas rondas se decidirá el ganador?

F.1 (14/16) Problema 3. UNA ESTACA MATEMÁTICA

Edgar Alan Poe fue un gran escritor estadounidense que vio la luz un 19 de enero de 1809, por tanto este año se celebra el bicentenario de su nacimiento. Este autor es reconocido por sus relatos de terror.

Aunque las Matemáticas produzcan pavor en algunos alumnos, con ellas podemos acabar con los vampiros.

Podemos demostrar matemáticamente que los vampiros no existen. Para ello suponemos que el primer vampiro apareció el 1 de enero de 1600, en ese año la población humana era (en números redondos) 537 millones. Si se supone que el vampiro se alimenta una vez al mes y sus víctimas a su vez se transforman en vampiros, habría dos vampiros y 536.999.999 seres humanos el 1 de febrero. Habría cuatro vampiros el 1 de marzo y ocho el 1 de abril…

¿A qué conclusión quiero llegar?

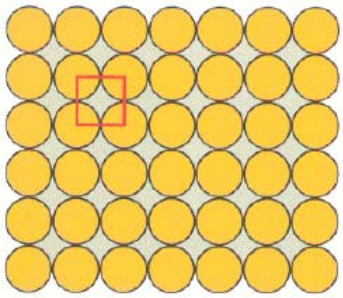
F.1 (14/16) Problema 4. LA POBLACIÓN DE ALBACETE

El número de habitantes de Albacete en 2007 era inferior a 180.000 habitantes. Además, si sabemos que este número es par y producto de cuatro números primos, siendo uno de ellos 257, y la suma de los seis dígitos que componen dicho número es 30.

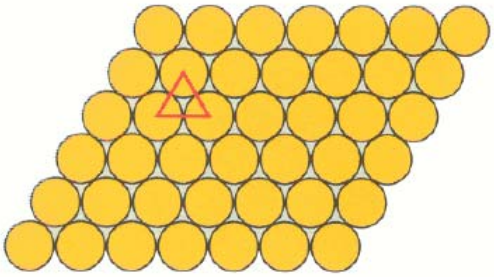
¿Podrías decir exactamente cuántos habitantes tenía Albacete?

F.1 (14/16) Problema 5. COLOCANCO CÍRCULOS

En el plano podemos colocar círculos de dos maneras:



Disposición cuadrada



Disposición hexagonal o triangular.

¿Qué disposición te parece mejor para poder poner la mayor cantidad posible? ¿Por qué?

F.1 (14/16) Problema 6. 2009 AÑO DE LA ASTRONOMÍA

2009 ha sido declarado por la UNESCO como el año de la Astronomía, rindiendo así homenaje a Galileo Galilei quien en 1609 construyó el primer telescopio moderno con el que observo las lunas de Júpiter y los anillos de Saturno.

Recientemente se ha hecho una revisión del concepto de planeta, quedando solamente ocho en nuestro sistema solar. Ordenados según su distancia al Sol son:

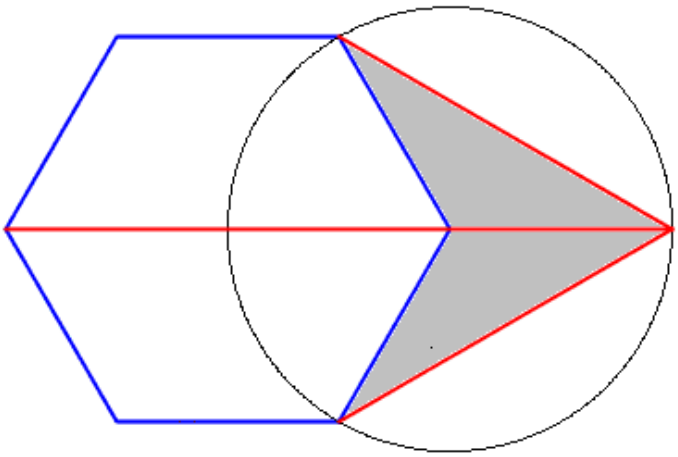
Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.

En un examen de ciencias, se los preguntan a José que, como siempre, ha estudiado a última hora y solo se ha aprendido los nombres. ¿Cuál es la probabilidad de que poniéndolos al azar acierte el orden correcto? ¿Y la de qué coloque al menos a La Tierra en su lugar correspondiente?

Segunda Fase

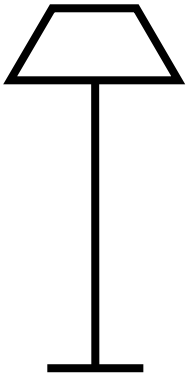
F.2 (14/16) Problema 1. FLECHAS Y HEXÁGONOS

Sabiendo que el hexágono es regular, calcula la razón entre área sombreada y el área del hexágono. ¿Podrías calcular también la razón entre el área sombreada y el área del círculo?



F.2 (14/16) Problema 2. LIO DE LÁMPARAS EN UNA HABITACIÓN

En una habitación cuadrada se pueden poner lámparas de pie como la que ves en el dibujo. Te dicen que las coloques junto a la pared, con la condición de que haya el mismo número de lámparas en cada una de las cuatro paredes de la habitación. Para ello te permiten poner, como máximo, una lámpara en cada uno de los cuatro rincones de la habitación y, en ese caso, la lámpara se cuenta como perteneciente a las dos paredes que forman ese rincón (no siempre es necesario poner lámparas en un rincón).



*Tienes **12** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.*

*Ahora tienes **10** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.*

*Resuelve el mismo problema para **11** y para **13** lámparas.*
Para un número cualquiera de lámparas, ¿podrías hacer unos dibujos que representen las diferentes soluciones del problema según sea el número de lámparas? ¿Cómo puedes hacerlo? ¿Cuántas habrá en cada pared?

F.2 (14/16) Problema 3. CURIOSO 2009

Las cifras del 2009 lo construyen mediante un producto y una suma, porque 200·9+200+9=2009

Parece una peculiaridad del 2009, pero no es así. Todos los números terminados en 9 presentan la misma propiedad: 189=18·9+18+9, 1279 = 127·9+127+9

¿Podrías demostrarlo para los números de cuatro cifras?

Fase Final

F.F (14/16) Problema 1. LA TÓMBOLA DE LA FERIA

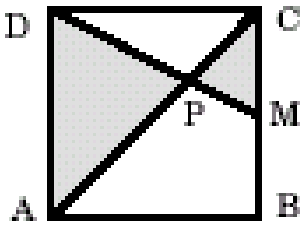
La tómbola de la feria realiza diariamente un sorteo con exactamente 999 boletos (desde el 1 al 999) los cinco números ganadores se exponen en una tabla haciendo uso de unas tarjetas que contienen cifras. Si observamos que la misma tarjeta nos puede servir para representar el 6 y el 9 y que no es necesario poner los ceros a la izquierda. ¿Cuál es el número mínimo de tarjetas que necesitaremos para representar los posibles números ganadores?

F.F (14/16) Problema 2. LA CUERVA

La cuerva es una sangría típica de Albacete con vino, agua, azúcar y frutas que se prepara en un recipiente llamado cuervera.
Llenamos dos vasos de igual tamaño, uno con vino y el otro con agua. A continuación, tomamos una cucharada del vaso de vino y la echamos en el vaso de agua, removiendo bien la mezcla; después, tomamos una cucharada del vaso de agua (que ahora tiene un ligero color a vino) y la echamos en el vaso de vino.
Al final, ¿habrá más agua en el vino o más vino en el agua?
PD Recuerda que el consumo de alcohol es perjudicial para la salud de los adolescentes.

F.F (14/16) Problema 3. BUSCANDO RAZONES

En un cuadrado ABCD de lado unidad se traza la diagonal AC. Se une el vértice D con el punto medio, M, del lado BC.



Calcular la razón entre las superficies del cuadrilátero ABMP y el triángulo CDP.

¿Cuál sería la razón si M, en lugar de estar en el punto medio del lado CB, estuviese a 1/3 del vértice B?

¿Podrías aportar algún tipo de solución para M situado a 1/n del vértice B?

Soluciones

- **Solución - Fase 1 - (12/14) –DARWIN Y LOS MONOS**

Suponiendo que todos los monos comen la misma cantidad y a igual velocidad, cada mono invierte 7 minutos en comer una banana por tanto:

1.- Como cada mono come una banana tardarán 7 minutos
2.- Un mono en 42 minutos come 6 bananas por lo que serán necesarios 7 monos

Pablo Abrinan Martínez

I

D

Monos	Bananas	Tiempo
7	7	7
4	4	x

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{x} \qquad \frac{28}{28} = \frac{7}{x}$$

$$x = \frac{7 \cdot 28}{28} = 7 \text{ minutos}$$

Tardarían 7 minutos en comerse 4 bananas 4 monos.

I

D

Monos	Bananas	Tiempo
7	7	7
y	42	42

$$\frac{7}{42} \cdot \frac{42}{7} = \frac{7}{y} \qquad \frac{294}{294} = \frac{7}{y}$$

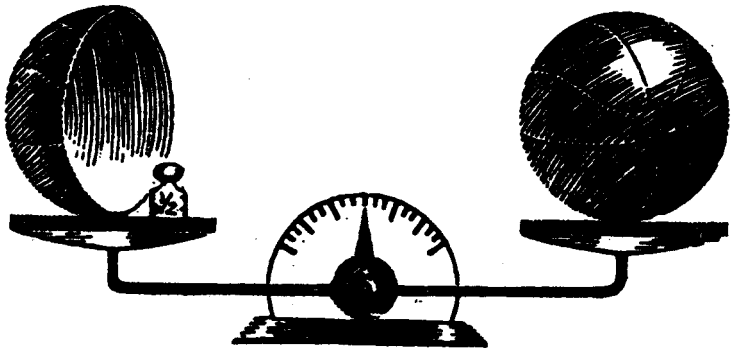
$$y = \frac{7 \cdot 294}{294} = 7 \text{ monos}$$

7 monos se comerían 42 bananas en 42 minutos

XX OLIMPIADA

- **Solución - Fase 1 - (12/14) – BALONCESTO**

Sencillo problema que podemos visualizar así:



I.E.S. Bachiller Sabuco Pablo Atienzar Martínez
2ºC

Este problema se puede resolver de dos formas:

a) Razonando: Sabemos que si hay dos mitades y una pesa 1/2 kg., la otra tendrá que pesar igual. Por lo tanto pesará 1 Kilo la pelota.

b) O con una ecuación:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{x}{2}$$

$$2x = 1 + x \qquad x = \text{al peso de la pelota}$$

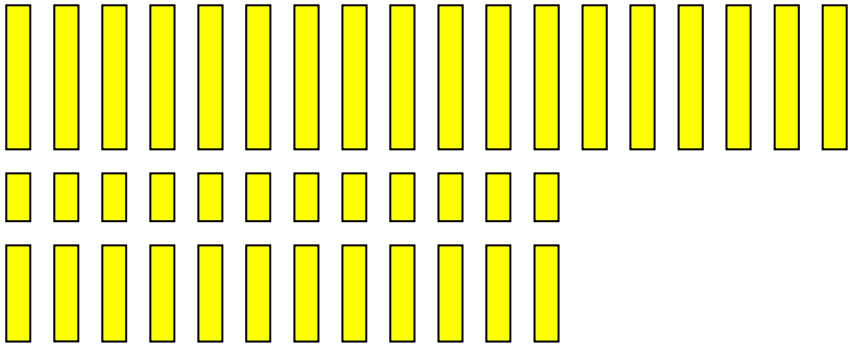
$$2x - x = 1$$

$$x = 1$$

La pelota pesa 1 Kilo

- **Solución - Fase 1 - (12/14) – EL PERNALES**

Cada bandolero debe recibir 5/3 de lingote, es decir un lingote entero y 2/3 partes de otro.
Esto se consigue cortándole un tercio a doce lingotes es decir dando doce cortes.



XX OLIMPIADA MATEMÁTICA.

Pedro Mancebo Martínez 2º D I.E.S JULIO REY PASTOR
Problema nº 3 : EL PERNALES.

.Estrategia.

. 1er paso : Saber la parte que le corresponderá a cada uno. El cociente indicado de los lingotes entre los bandoleros: $\frac{30}{18}$ (pasado a irreducible $\frac{5}{3}$) será la parte de cada uno.

. $\frac{5}{3}$ de lingotes son : 1 lingotes y $\frac{2}{3}$ de lingotes.

. Por lo que para saber el número mínimo de cortes lo que habrá que hacer será :

. (1º) : Repartir a los 18 bandolero 1 lingote con lo que nos quedarán 12 lingotes, y (2) a cada uno de los 12 lingotes habrá que hacerle un corte de manera que halla 12 lingotes con sus $\frac{2}{3}$ partes. y (3) ~~los~~ Habrá ~~1 restantes~~ 12 bandoleros con 1 trozo de $\frac{2}{3}$ y 6 bandoleros con 2 trozos de $\frac{2}{3}$.

Solución : 12 cortes.

* (Si tanta prisa tienen) otra solución sería que 3 bandoleros se llevasen 5 lingotes y ya a salvo que realizasen los cortes. En este caso 2 cortes por cada grupo.

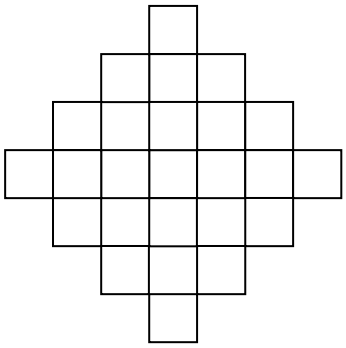
- **Solución - Fase 1 - (12/14) – EL TERRENO DE MARÍA**

.

En la figura se aprecia como el terreno lo podemos dividir en 25 cuadraditos iguales.

Si llamo al lado x el área serán 25 x^2 km^2 y el perímetro 28 x Km.

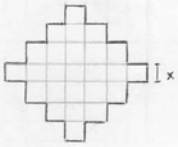
Puesto que las dos cantidades deben tener el miso valor numérico $25x^2 = 28x \rightarrow \frac{28}{25} = x = 1{,}12\,km$



IES JULIO REY PASTOR — CELIA JIMÉNEZ PIQUERAS 2ºD

XX Olimpiada matemática — Problema nº 4 : EL TERRENO DE MARÍA

¿Cuál es el perímetro del terrenito?



Para hallar el perímetro de la figura sumamos los longitudes de todos sus lados, si llamamos "x" al lado y hay 28 → $P = 28x$

Su área la podemos averiguar dividiendo la figura en 25 cuadriados iguales, siendo "x" la longitud del lado → $A = 25x^2$

Si las dos medidas están representadas por el mismo número se plantea la siguiente ecuación:

$$25x^2 = 28x$$

$$25x^2 - 28x = 0$$

$$[a = 25,\ b = -28,\ c = 0]$$

$$x = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2 - 4(25)(0)}}{2(25)}$$

$$x = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2}}{50} = \qquad x_1 = \frac{28 - 28}{50} = 0 \qquad x_2 = \frac{28 + 28}{50} = 1'12$$

$P = 28x \rightarrow P = 28(1'12) = 31'36$ Km

SOLUCIÓN: Su perímetro mide 31'36 Km.

XX OLIMPIADA

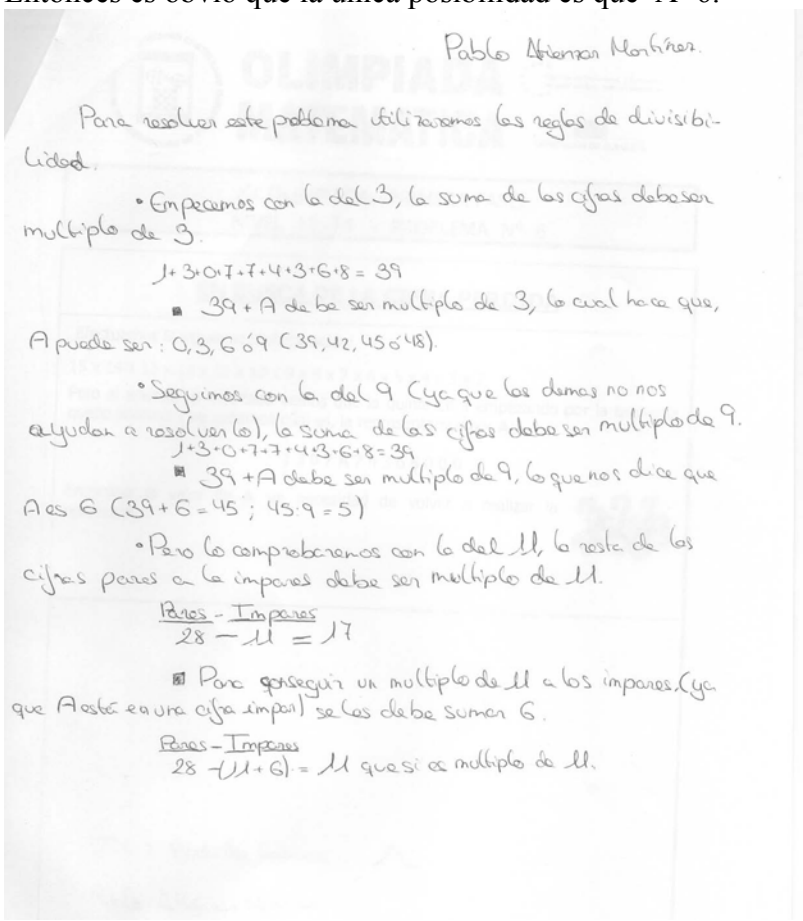
- **Solución - Fase 1 - (12/14) – CAJÓN REVUELTO**

  a) Como mínimo tendremos que sacar tres calcetines, ya que si los dos primeros no son del mismo color, el tercero será obligatoriamente del color de uno de ellos, y ya tendremos entonces un par completo del mismo color.
  b) En los guantes, aparte del color, hemos de tener en cuenta la mano: guante de la mano derecha y guante de la mano izquierda. Por tanto, para estar seguros de que obtenemos un par de guantes (derecho e izquierdo) del mismo color, hará falta sacar 21 guantes: si se sacan 20 ó menos, puede suceder que todos sean de la misma mano.

- **Solución - Fase 1 - (12/14) – *EN BUSCA DE LA CIFRA PERDIDA***

El resultado es un múltiplo de cada uno de los factores.
Podemos empezar a utilizar diferentes criterios de divisibilidad, por 2, 3, 9 etc, pero en estos casos observamos que la solución no es única.
Sin embargo, si aplicamos el criterio de divisibilidad por 11:

Suma de las cifras pares: 3+7+7+3+8+0 = 28
Suma de las cifras impares: 1+0+A+4+6+0+0+ = 11+A
La diferencia de estas cantidades ha de ser 0, 11 o múltiplo de 11.
Entonces es obvio que la única posibilidad es que A=6.


Pablo Atienzar Martínez.

Para resolver este problema utilizaremos las reglas de divisibilidad.

• Empezamos con la del 3, la suma de las cifras debe ser multiplo de 3.

1+3+0+7+7+4+3+6+8 = 39

■ 39 + A debe ser multiplo de 3, lo cual hace que, A puede ser: 0, 3, 6 ó 9 (39, 42, 45 ó 48).

• Seguimos con la del 9 (ya que las demas no nos ayudan a resolverlo), la suma de las cifras debe ser multiplo de 9.

1+3+0+7+7+4+3+6+8 = 39

■ 39 + A debe ser multiplo de 9, lo que nos dice que A es 6 (39+6 = 45 ; 45:9 = 5)

• Pero lo comprobaremos con la del 11, la resta de las cifras pares a la impares debe ser multiplo de 11.

Pares - Impares
28 − 11 = 17

■ Para conseguir un multiplo de 11 a los impares, (ya que A está en una cifra impar) se las debe sumar 6.

Pares − Impares
28 − (11 + 6) = 11 que si es multiplo de 11.

XX OLIMPIADA

- **Solución - Fase 2 - (12/14) – ÁREAS**

La parte interior al cuadrado sombreada se calcula sencillamente restándole a 1 (área del cuadrado) π/4 .La parte exterior es un sector circular de ángulo 45 º y radio√2, por tanto de área π/4 menos la mitad del área del cuadrado1/2.

Por tanto el área que me piden será $1-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=0,5\,m^2$

- **Solución - Fase 2 - (12/14) – LOS MÚSICOS**

Con cuatro conciertos conseguimos lo que queremos. Por ejemplo:
el primer día tocan (1, 2, 3) (y escuchan (4, 5, 6))
el segundo día tocan (3, 4, 5) (y escuchan (1, 2, 6))
el tercer día tocan (5, 6, 1) (y escuchan (2, 3, 4))
y el cuarto día tocan (2, 4, 6) (y escuchan (1, 3, 5)).

Además, menos de cuatro conciertos no son suficientes, ya que cada concierto produce a lo sumo 9 "audiciones individuales" (un músico escucha a otro músico) y por lo tanto 3 conciertos pueden producir a lo sumo 27 "audiciones individuales", mientras que para que cada músico escuche a todos los demás se precisan 30 "audiciones individuales". Así pues el número mínimo de conciertos es cuatro.

- **: Solución - Fase 2 - (12/14) – UNA CURIOSA REGULARIDAD NUMÉRICA**

Si el número tiene tres cifras iguales, el resultado es 0.
Si elegimos un número con dos tres cifras distintas, por ejemplo 573, ocurre:

753 – 357 = 396
963 – 369 = 594
954 – 459 = 495
954 – 459 = 495
954 – 459 = 495
.....

Hemos terminado con 495 y este resultado se repite siempre!

Sean x,y,z los tres dígitos de modo que z mayor o igual que y, e y mayor o igual que x, con x, y, z no iguales. Entonces, si al mayor le restamos el menor tenemos:

zyx – xyz = ABC

Como $x < z$, tendremos que $C=10+x-z$. También $B=10+y-1-y=9$ y

además $A=z-1-x$.

De donde se deduce que A+C = 9 y que B=9.

La únicas opciones para los números que se obtienen después del primer paso de la secuencia son: 981, 972, 963 y 954. Y tenemos:

Si tomamos 981	Si tomamos 972	Si tomamos 963	Si tomamos 954
981-189=792 972-279=693 963-369=594 954-459=495 954-459=495 954-459=495	972-279=693 963-369=594 954-459=495 954-459=495 954-459=495	963-369=594 954-459=495 954-459=495 954-459=495	954-459=495 954-459=495 954-459=495 .....

En cualquier caso, el número al que tiende el algoritmo es 495.

Otro modo es tener en cuenta que tras la primera iteración de la secuencia propuesta se obtiene un número que cumple:

$z(100)+y(10)+x-(x(100)-y(10)-z)=(z-x)(99)$

Es decir, un múltiplo de 99. Por lo tanto tenemos únicamente diez posibles números candidatos: 99,198,297,296,495,594,693,792 y 891. Y la secuencia definida por el algoritmo en todos estos casos acaba en 495.

- **Solución - Fase Final - (12/14) – MÁQUINA ENIGMA**

BAT=3^2 2 5
LET=2^3 3 7
BET= 3 7 5
De la simple inspección:
T=3,E=7,L=8,B=5,A=6→TABLE=3×6×5×8×7=5040

- **Solución - Fase Final - (12/14) –UN PASEO A LA FERIA**

Si llamamos x (km) a la distancia entre sus domicilios Juan ha caminado 2x mientras que su abuelo ha caminado x/2.
Desde que salio de su casa hasta que se encontraron en la Feria el abuelo anduvo la mitad de su recorrido es decir x/4 mientras que Juan recorrió 3x/4.
Como la velocidad del abuelo son 3 km/h estuvo caminando hasta encontrarse x/12 de hora mientras que Juan por ir a 4 km/h lo hizo durante 3x/16 de hora más un cuarto de hora que le dio de ventaja.
Llegamos a la ecuación:

$$\frac{3x}{16}-\frac{x}{12}=\frac{1}{4}\rightarrow x=\frac{12}{5}=2,4\,km$$

- **Solución - Fase Final - (12/14) – LA TIRA DE TRIÁNGULOS.**

  Observamos que el hexágono de lado 1 está constituido por 6 triángulos, el de lado 2 contiene 24 triángulos, el de lado 3 tiene 54 triángulos. Si para asegurarnos construimos un hexágono de lado 4 contaremos 96 triángulos.

  $1 \rightarrow 6 = 6.1$

  $2 \rightarrow 24 = 6.4$

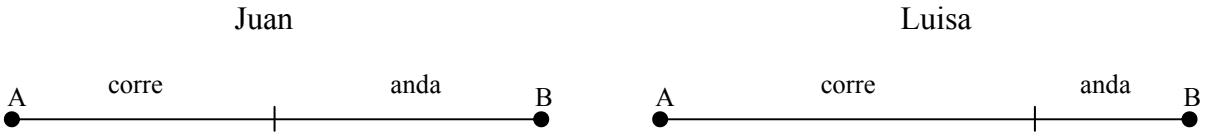
  $3 \rightarrow 54 = 6.9$

  $4 \rightarrow 96 = 6.16$

  …

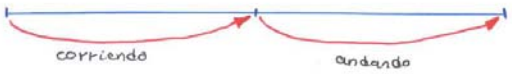
  $n \rightarrow 6n^2$

- **Solución - Fase 1 - (14/16) –CORRER Y ANDAR**

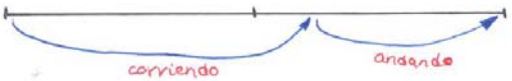


Juan comienza a andar cuando ha recorrido la mitad del camino, luego la otra mitad del camino va más lento. Luisa, sin embargo, cuando llega el momento de ponerse a andar, ha recorrido ya más de la mitad del camino, puesto que ha ido corriendo durante la primera mitad del tiempo.
En consecuencia, **Luisa tarda menos en llegar**.

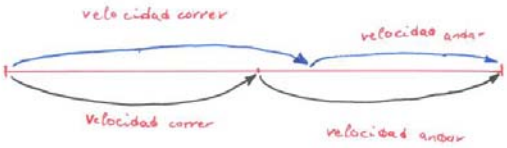
Juan recorre la mitad de la distancia corriendo y la otra mitad andando, por lo que utiliza más tiempo para recorrer la segunda mitad ya que la distancia es la misma pero la velocidad es menor.



Luisa va la mitad del tiempo corriendo y la otra mitad andando. Como la velocidad corriendo es mayor, cuando acabe la primera mitad del tiempo, habrá recorrido más de la mitad de la distancia y, para la otra mitad, como la velocidad es menor pero la distancia es menor, empleará el tiempo restante.



Por lo tanto, Luisa será la primera en llegar, pues recorrerá más de la mitad de la distancia corriendo, y la otra mitad andando, mientras que Juan recorrerá la mitad de la distancia corriendo y la otra mitad andando, lo que lo retrasará.



Si Luisa va velocidad andar durante menos distancia llegará antes.

Alicia López San Gregorio.

XX OLIMPIADA

- **Solución - Fase 1 - (14/16) – EL SITIO PRECISO**

i) Después de la última vuelta (puedes comprobarlo) gana el que inicialmente ocupaba el lugar 8º.

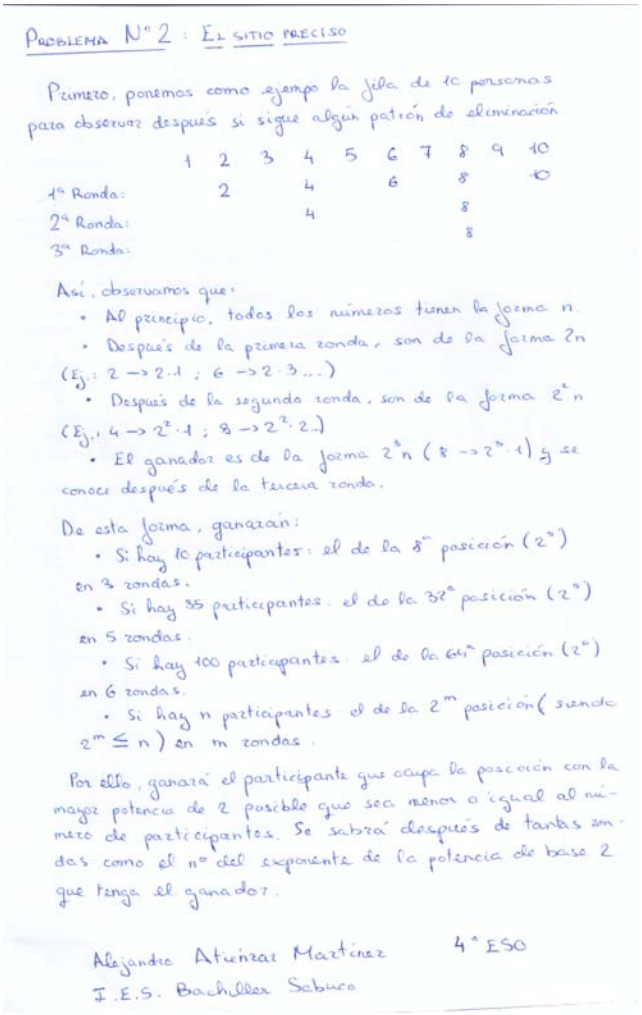
ii) En la 1ª vuelta quedan los que ocupan lugares pares. En la 2ª vuelta quedan los que ocupan lugares múltiplos de 4. En la 3ª vuelta quedan los que ocupan lugares múltiplos de 8.

.... En la enésima vuelta quedan los que ocupan lugares múltiplos de 2^n

Si el número N de concursantes es tal que $2^n \leq N < 2^{n+1}$ harán falta n rondas y ganará el concursante colocado en el lugar 2^n

* Si hay 35 participantes: ganará el colocado en el lugar 32 en la 5ª ronda.

• Si hay 100 participantes: ($2^6 < 100 < 2^7$) ganará el colocado en el lugar 64 en la 6ª ronda.



PROBLEMA Nº 2 : EL SITIO PRECISO

Primero, ponemos como ejemplo la fila de 10 personas para observar después si sigue algún patrón de eliminación.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª Ronda:		2		4		6		8		10
2ª Ronda:				4				8		
3ª Ronda:								8		

Así, observamos que:

- Al principio, todos los números tienen la forma n.
- Después de la primera ronda, son de la forma 2n (Ej.: 2 -> 2·1 ; 6 -> 2·3 ...)
- Después de la segunda ronda, son de la forma 2^2n (Ej.: 4 -> 2^2·1 ; 8 -> 2^2·2 ...)
- El ganador es de la forma 2^3n (8 -> 2^3·1) y se conoce después de la tercera ronda.

De esta forma, ganarían:

- Si hay 10 participantes: el de la 8ª posición (2^3) en 3 rondas.
- Si hay 35 participantes: el de la 32ª posición (2^5) en 5 rondas.
- Si hay 100 participantes: el de la 64ª posición (2^6) en 6 rondas.
- Si hay n participantes: el de la 2^m posición (siendo $2^m \leq n$) en m rondas.

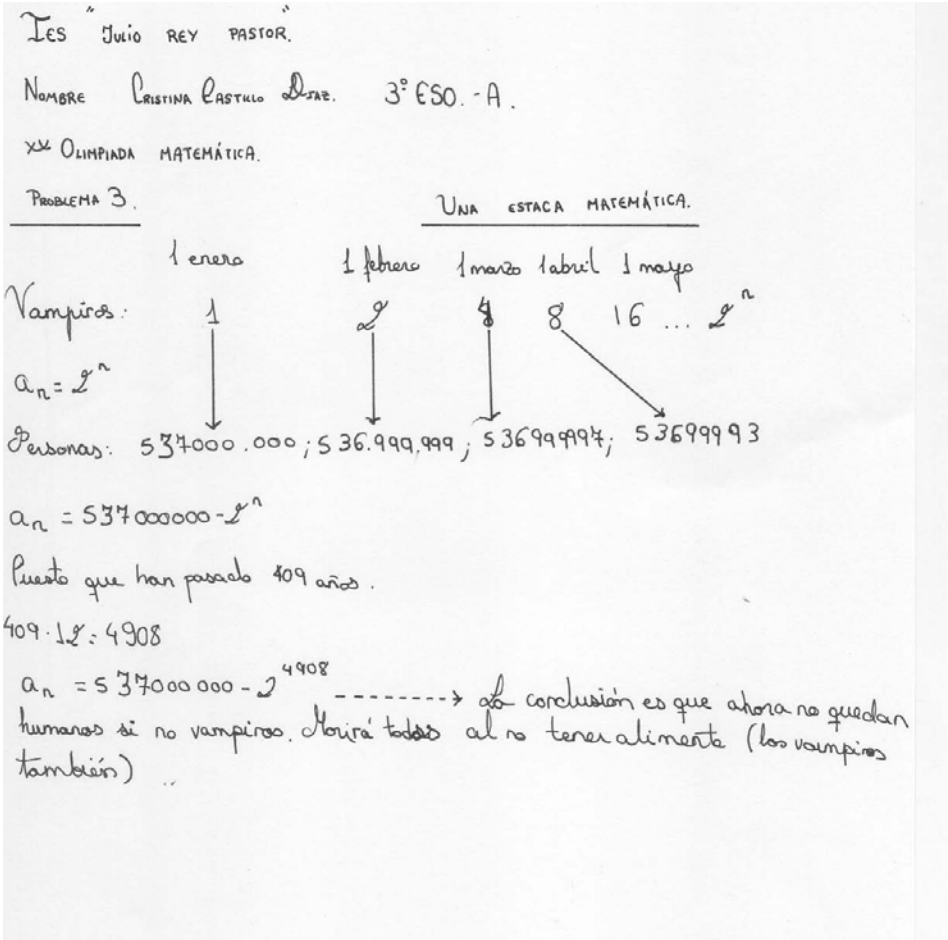
Por ello, ganará el participante que ocupe la posición con la mayor potencia de 2 posible que sea menor o igual al número de participantes. Se sabrá después de tantas rondas como el nº del exponente de la potencia de base 2 que tenga el ganador.

Alejandro Atienzar Martínez 4º ESO
I.E.S. Bachiller Sabuco

- **Solución - Fase 1 - (14/16) –UNA ESTACA MATEMÁTICA**

Como indica el problema el primer mes hay 1 vampiro, el segundo 2 y por tanto un humano menos, el tercer mes 4 vampiros y 2 humanos menos, , el cuarto ocho… y así sucesivamente.
Se puede ver que crecen de forma geométrica, se trata de una progresión de primer término **a_1=1 y razón r=2.**

Esto significaría que pasados 2 años y medio (30 meses) habría **2^{29}** vampiros es decir **536.870.192**, por lo que (contando con los humanos que habrían desaparecido) el mes siguiente no tendrían ya nada de lo que alimentarse, y tanto los vampiros como los humanos habrían desaparecido de la faz de la Tierra, cosa que por fortuna no ha sucedido.



IES "Julio Rey Pastor".

Nombre Cristina Castillo Díaz. 3º ESO. - A.

XX Olimpiada Matemática.

Problema 3. Una estaca matemática.

	1 enero	1 febrero	1 marzo	1 abril	1 mayo	
Vampiros:	1	2	4	8	16 …	2^n
$a_n = 2^n$						
Personas:	537000.000;	536.999.999;	536999997;	536999993		

$a_n = 537000000 - 2^n$

Puesto que han pasado 409 años.

$409 \cdot 12 = 4908$

$a_n = 537000000 - 2^{4908}$ ---------→ La conclusión es que ahora no quedan humanos ni no vampiros. Morirá todos al no tener alimento (los vampiros también)

- **Solución - Fase 1 - (14/16) – LA POBLACIÓN DE ALBACETE**

Si el número buscado lo denominamos N Como sabemos que es par, múltiplo de 3 (por ser la suma de sus cifras 30) y múltiplo de 257., N será múltiplo de 2.3.257, es decir múltiplo de de 1542.

Como N es múltiplo de cuatro número primos, existirá un número primo p, tal que N = p.1542.

Como N está entre 150.000 y 180.000, p estará entre 98 y 119, y como es primo p $\in$ {101, 103, 107, 109, 113}, por lo que probando:

p	N = p.1542	Suma de dígitos
113	174246	24
109	168078	30
107	164994	33
103	158826	30
101	155742	24

Como la suma de los dígitos es 30, únicamente para p = 109, será N = 168.078 el número de habitantes que tenía Albacete en 2007

Problema de estrategia:

La población de Albacete

El número de habitantes de Albacete en 2007 era inferior a 180.000 habitantes. Además, si sabemos que este número es par y producto de cuatro números primos, siendo uno de ellos 257, y la suma de las seis dígitos que componen dicho número es 30.

¿Podrías decir exactamente cuántos habitantes tenía Albacete?

Para que el número sea par, debe ser múltiplo de un número par, y el único número par y primo es el 2, por tanto el 2 es uno de los cuatro números cuyo producto es el número que buscamos.

Que la suma de las seis dígitos del número sea 30 significa que dicho número es divisible entre tres (según la regla de división del tres si la suma de las dígitos de un número es múltiplo de 3, ese número se puede dividir entre 3, y $30 = \dot{3}$) y como el 3 es primo es, junto al 2 y al 257, uno de los divisores del número que buscamos.

El último divisor debe ser un primo que al multiplicar por 1542 (257·2·3) sea menor que 180.000 y mayor que 100.000:

$\frac{100.000}{1542} < x < \frac{180.000}{1542}$ $\quad x \rightarrow$ divisor que buscamos

$x \in (64, 116)$

En ese intervalo hay 12 números primos, pero al multiplicarlos por 1542 solo hay 3 números cuyas cifras sumen 30:

$97 \rightarrow 97 \cdot 1542 = 149.574$

$103 \rightarrow 103 \cdot 1542 = 158.826$

$109 \rightarrow 109 \cdot 1542 = 168.078$

Como el número de habitantes es inferior a 180.000, habrá 168.078 habitantes, que es el número que más se acerca.

Solución:

En 2007, Albacete tenía $\boxed{168.078 \text{ habitantes}}$.

Ana Calero Aparicio 4ºE.S.O
I.E.S GARCÍA LORCA

- **Solución - Fase 1 - (14/16) – COLOCANDO CÍRCULOS**

Considerando todo el plano sin límites, la mejor disposición es la triangular ya que es la que tiene una mayor densidad de empaquetamiento.

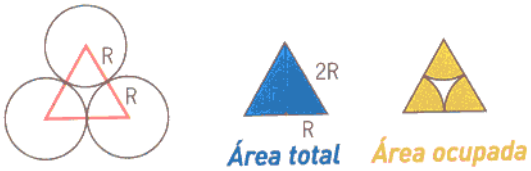
Veamos la disposición cuadrada:

.
La densidad de empaquetamiento es el cociente entre el área ocupada (sin huecos) y el área total.

De la figura se deducen fácilmente ambas:

$$Densidad = \frac{A_{ocupada}}{A_{total}} = \frac{\pi R^2}{4R^2} = \frac{\pi}{4}$$

Consideremos ahora la disposición triangular:



De igual forma**:**

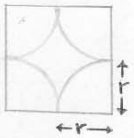
$$Densidad = \frac{A_{ocupada}}{A_{total}} = \frac{\pi R^2 / 2}{\sqrt{3}R^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$$

Como se puede comprobar $\frac{\pi}{2\sqrt{3}} > \frac{\pi}{4}$.

Esta disposición es la que adoptan de forma natural las burbujas o las puestas de los huevos de las ranas.
Otro problema muy distinto sería si estos círculos los encerrásemos en polígonos.

PROBLEMA Nº 5 - COLOCANDO CIRCULOS

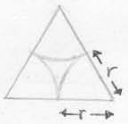
A simple vista, se puede comprobar que los huecos que dejan entre cada círculo son mayores en la disposición cuadrada, ya que:



Área cuadrado $= (2r)^2 = 4r^2$

Área círculos $= \pi r^2$

Espacio sin rellenar $= 4r^2 - \pi r^2 = r^2(4-\pi)$



$4r^2 = h^2 + r^2$

$h^2 = 3r^2$

$h = r\sqrt{3}$

Área triángulo $= \frac{2r \cdot r\sqrt{3}}{2}$

Área círculos $= \frac{\pi r^2}{2}$

Espacio sin rellenar $= \frac{\cancel{2}r \cdot r\sqrt{3}}{\cancel{2}} - \frac{\pi r^2}{2} = r^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$.

Con esto se demuestra que $4 - \pi > \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

Pero también se puede observar que el número de huecos es mayor con la disposición triangular que con la cuadrangular. Concretamente, hay 30 huecos con la disposición y 60 con la triangular.

Por tanto, será mas rentable la que tenga la mejor relación número de huecos / espacio de cada hueco:

DISPOSICIÓN CUADRADA	DISPOSICIÓN TRIANGULAR
$30(4-\pi)$	$60\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$
$120 - 30\pi$	$60\sqrt{3} - 30\pi$

Al comparar $120 > 60\sqrt{3}$ comprobamos que con la disposición triangular se podrá poner la mayor cantidad posible de círculos en el mínimo espacio.

Alejandro Atienza Martínez 4ºESO
I.E.S. Bachiller Sabuco

- **Solución - Fase 1 - (14/16) – 2009 AÑO DE LA ASTRONOMÍA**

Si José los coloca al azar tiene 8 posibles nombres para el primer lugar, 7 para el segundo, seis par el tercero…llegando a uno en el ultimo.
Es decir permutaciones de 8 elementos
$P_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$ maneras de las que solamente una es válida, por lo que la probabilidad que me piden es: $\frac{1}{40320} \simeq 0,000025$
Si solamente se conforma con acertar el lugar de la Tierra lo tiene más fácil.
Considera que la Tierra está bien colocada y los 7 restantes los colocas al azar y así le son favorables $P_7 = 7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$ formas de ponerla bien.
En este caso la probabilidad es de $\frac{5040}{40320} = \frac{1}{8} = 0,125.$

PROBLEMA Nº 6 - 2009 AÑO DE LA ASTRONOMÍA

Las diferentes formas en que se pueden ordenar los planetas son:

$$P_8 = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40.320$$

Si llamamos al suceso A acertar la posición de los ocho planetas.

$$P(A) = \frac{1}{40.320} = 2{,}48 \cdot 10^{-5}$$

Otra manera de resolverlo es:

$P(\text{Mercurio}) = \frac{1}{8}$ $\quad$ $P(\text{Júpiter}) = \frac{1}{4}$

$P(\text{Venus}) = \frac{1}{7}$ $\quad$ $P(\text{Saturno}) = \frac{1}{3}$

$P(\text{Tierra}) = \frac{1}{6}$ $\quad$ $P(\text{Urano}) = \frac{1}{2}$

$P(\text{Marte}) = \frac{1}{5}$ $\quad$ $P(\text{Neptuno}) = \frac{1}{1}$

La probabilidad de acertar el primero es de $\frac{1}{8}$ porque sólo se puede poner correctamente de una forma y hay ocho opciones. Sin embargo, en el segundo no se puede repetir el nombre del anterior y hay siete opciones; y así sucesivamente. Por tanto:

$$P(A) = P(\text{Mercurio} \cap \text{Marte} \cap \text{Tierra} \cap \text{Marte} \cap \cap \text{Júpiter} \cap \text{Saturno} \cap \text{Urano} \cap \text{Neptuno}) =$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{40.320}$$

Para calcular la probabilidad de que se acierte la Tierra, hallamos todas las posibilidades en las que aparece tercera (que son las distintas formas de colocar las restantes).

$$P(\text{Tierra}) = \frac{7!}{8!} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{8 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = \frac{1}{8}$$

También podemos calcular por separado la probabilidad de no ponerla en el primer puesto, ni el segundo y que sea al tercera.

$$P(\text{Tierra}) = \frac{7}{8} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{7}} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{1}}{\cancel{1}} = \frac{1}{8}$$

I.E.S. Bachiller Sabuco $\quad$ Alejandro Atienza Martínez

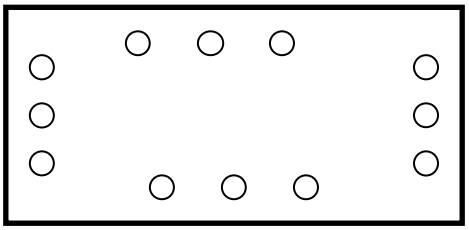
- **Solución - Fase 2 - (14/16) – FLECHAS Y HEXÁGONOS**

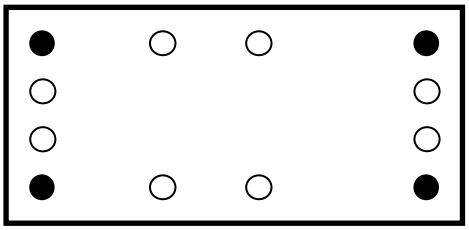
Se aprecia claramente en la figura que la altura de los triángulos que forman la flecha es la misma que la de los triángulos equiláteros en los que se puede descomponer el hexágono regular por tanto la razón pedida es de 1/3

Como esa altura es $\frac{\sqrt{3}}{2}u$ y la base es 1 u el área de los dos triángulos que forman la flecha es $\frac{\sqrt{3}}{2}u^2$ como el área del círculo es πu^2 la razón para este caso es $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$

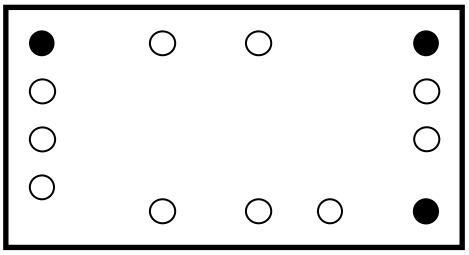
- **Solución - Fase 2 - (14/16) – LIO DE LÁMPARAS EN UNA HABITACIÓN**

Se trata de un problema de divisibilidad por 4
Cuando el resto es cero tenemos dos soluciones, una repartir las lámparas en las paredes sin usar las esquinas y otra que es poniendo lámparas en las cuatro esquinas.

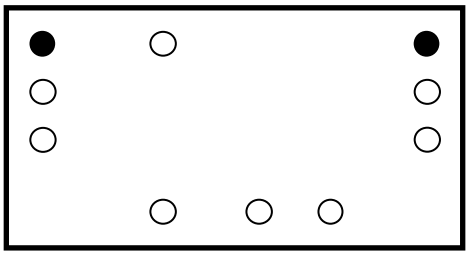




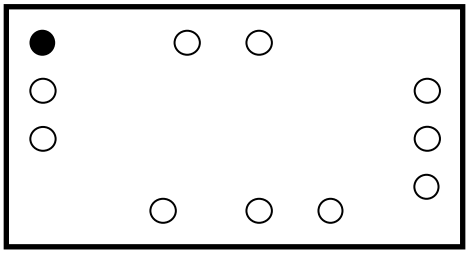
Cuando el resto es 1 debemos utilizar tres esquinas para que el reparto sea posible



Con resto 2 debemos usar dos esquinas.



Con resto 3 una esquina.



- **Solución - Fase 2 - (14/16) – CURIOSO 2009**

Un número como 2009 o 189 se puede expresar de la siguiente forma:
$10 \cdot x + 9$, siendo 'x' un número natural.

Por lo tanto tenemos la siguiente igualdad:
$10 \cdot x + 9 = x \cdot 9 + x + 9 \cdot$

Para llegar al 189 (x=18):
$18 \cdot 9 + 18 + 9 = 189$

- **Solución - Fase Final - (14/16) – LA TÓMBOLA DE LA FERIA**

Si nos plantemos el peor de los casos con cualquier cifra no cero seis y nueve tenemos: donde x no puede ser 7 esto es 11×7=77

7	7	7
7	7	X
7	7	X
7	7	X
7	7	X

Con seises y nueves podremos completar el cajón esto es necesitaremos 15 fichas del 6 y el caso del 0 como en la columna de la izquierda no se pueden poner necesitaremos 10 fichas son el cero o sea 102 cartas necesitaremos como mínimo.

- **Solución - Fase Final - (14/16) –LA CUERVA**

Llamemos A a la cantidad de líquido que hay inicialmente en cada vaso, y llamemos b a la capacidad de la cuchara con la que realizamos los intercambios.

Obsérvese que, tras el primer intercambio, tendremos en el 2º vaso vino y agua en la proporción b/A, y cuando extraigamos de ahí una cucharada con capacidad b, ésta cantidad saldrá proporcionalmente tanto de vino como de agua (recordemos que hemos removido bien la mezcla):

	VASO DE AGUA	
	Vino	Agua
Cantidad tras el 1er intercambio:	b	A
Cantidad que extraeremos:	x	y

$$\left.\begin{array}{l} x+y=b \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{b}{A} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Resolviendo el sistema}} x=\frac{b^2}{A+b} \quad y=\frac{Ab}{A+b}$$

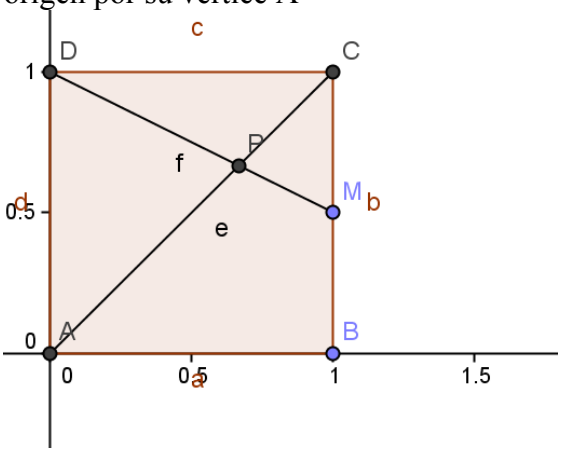
Resumimos todo el proceso en la siguiente tabla:

	VASO DE VINO		VASO DE AGUA	
	Vino	Agua	Vino	Agua
Inicialmente	A	0	0	A
Tras el 1er intercambio	A–b	0	b	A
Tras el 2º intercambio	$A-b+\dfrac{b^2}{A+b}$	$\dfrac{Ab}{A+b}$	$b-\dfrac{b^2}{A+b}$	$A-\dfrac{Ab}{A+b}$

Basta operar para ver que las cantidades coinciden.

- **Solución - Fase Final - (14/16) – BUSCANDO RAZONES**

Voy a considerar que el cuadrilátero se encuentra centrado en el origen por su vértice A



Considero dos rectas la que pasa por A (0,0) y C (1,1) $y = x$

y la que pasa por D(0,1) y M(1,1/2) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

Resolviendo el sistema obtengo las coordenadas de P (2/3,2/3)

Por tanto el área del triángulo DPC será $S = \frac{b.h}{a} = \frac{1.\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6}u^2$

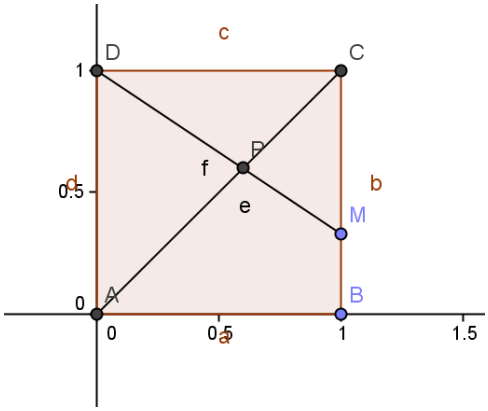
La del triángulo APD será $S = \frac{b.h}{a} = \frac{1.\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}u^2$

Y la del MPC $S = \frac{b.h}{a} = \frac{\frac{1}{2}.\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{12}u^2$

En consecuencia el área del cuadrilátero ABMP será $1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) = \frac{5}{12}u^2$

La razón pedida será $\frac{5/12}{1/6} = \frac{5}{2}$

Si ahora situamos el punto M (1, 1/3) la primera recta sigue igual pero la segunda pasaría a ser $y=-\frac{2}{3}x+1$ y el punto P (3/5,3/5)



Área DPC $S=\frac{b.h}{a}=\frac{1.\frac{2}{5}}{2}=\frac{1}{5}u^2$

La del triángulo APD será $S=\frac{b.h}{a}=\frac{1.\frac{3}{5}}{2}=\frac{3}{10}u^2$

Y la del MPC $S=\frac{b.h}{a}=\frac{\frac{2}{3}.\frac{2}{5}}{2}=\frac{2}{15}u^2$

En consecuencia el área del cuadrilátero ABMP será $1-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{2}{15}\right)=\frac{11}{30}u^2$

La razón pedida será $\frac{11/30}{1/5}=\frac{11}{6}$

Si lo que quiero es generalizar el problema y situar M (1, 1/n) la recta que pasa por AC no varía y la que pasa por DM quedaría $y=\frac{1-n}{n}x+1$

Y las coordenadas de $P\left(\frac{n}{2n-1},\frac{n}{2n-1}\right)$

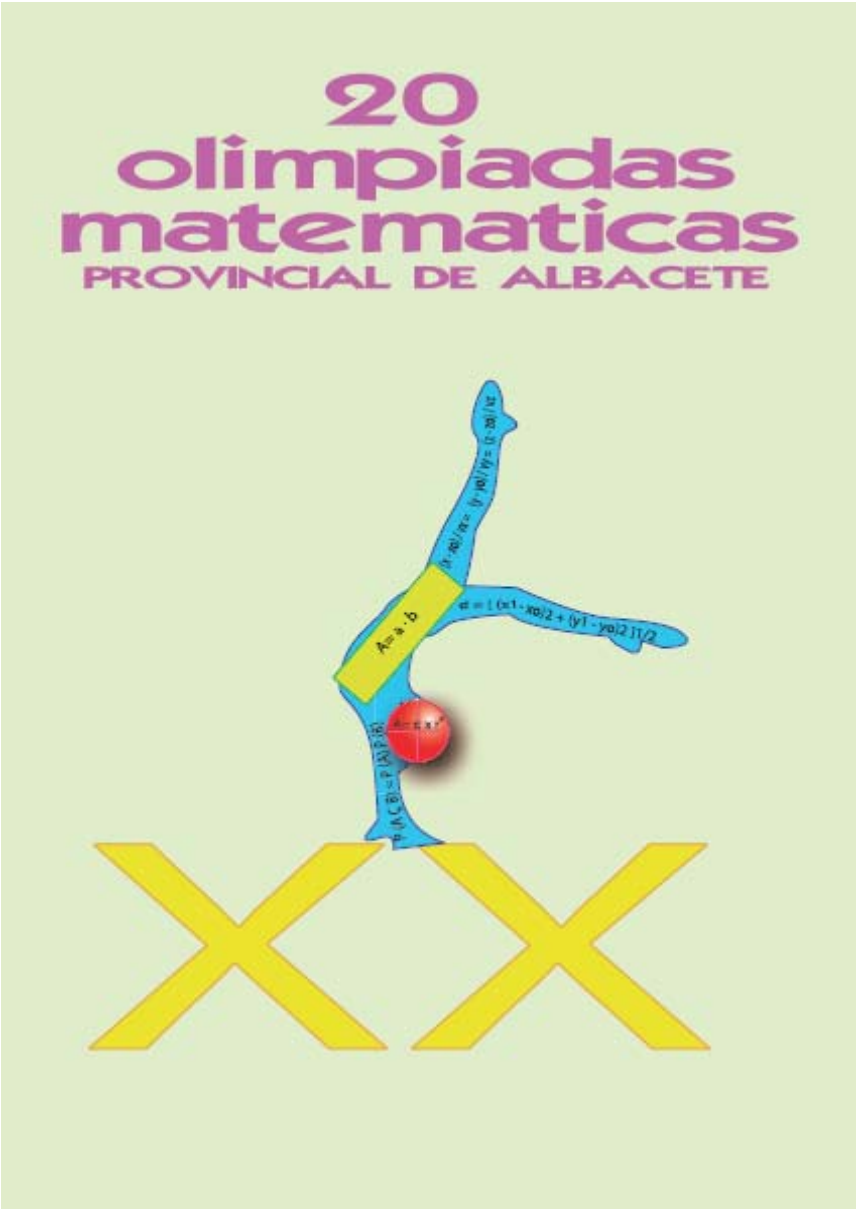
Área DPC $S=\frac{b.h}{a}=\frac{n-1}{4n-2}u^2$

La del triángulo APD será $S=\frac{b.h}{a}=\frac{n}{4n-2}u^2$

Y la del MPC $S=\frac{b.h}{a}=\frac{3n^2-3n+1}{2n.(2n-1)}u^2$

En consecuencia el área del cuadrilátero ABMP será $1-(\Sigma triángulos)=\frac{n^2+n-1}{2n.(2n-1)}u^2$ **La razón pedida será** $\frac{n^2+n-1}{n^2-n}$

CARTELES FINALISTAS



Noelia Amorós Ortuño

Eduardo Pardo

Emilio José Cerdán García

LA COMISIÓN ORGANIZADORA:

Antonio Bueno Aroca
Bernardino Del Campo López
Jesús Carcelén Gandía
Jesús García Segovia
Joaquín Jiménez Ramos
Juan Martínez-Tébar Giménez
Juan Emilio García Jiménez
Fco Javier Blázquez Merino
Carlos Motos Martínez-Esparza
Juan Pablo Martínez Corchano
Martín Fernández Carrión
Ramón Cuenca Cuenca
Santiago Turégano Moratalla
Serapio García Cuesta
Vicente Pascual Fidalgo