Cipri

Dpto. de Matemáticas, 02/03/98

Ecuaciones de la recta

En el plano consideramos el sistema de referencia usual $\left\{O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right\}$.

La recta que pasa por $P(p_1, p_2)$ y tiene como vector director a $\overrightarrow{v}(v_1, v_2) \neq \overrightarrow{0}$ es el conjunto $\{P + \lambda\overrightarrow{v} : \lambda \in \mathbb{R}\}$ y la representaremos por r.

Todo punto Q de la recta que pasa por P y tiene como vector director a $\overrightarrow{v}$ es de la forma $P + \lambda\overrightarrow{v}$, con $\lambda \in \mathbb{R}$, es decir, $Q \in r$ si $Q = P + \lambda\overrightarrow{v}$.

Llamamos $\overrightarrow{r}$ al vector de posición de Q, es decir, $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OQ}$

$\overrightarrow{p}$ al vector de posición de P, es decir, $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{OP}$.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación vectorial}\\ \overrightarrow{r} = \overrightarrow{p} + \lambda\overrightarrow{v}\end{array}}$$

Sea $P(p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$ y $Q(x, y)$. Entonces:

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación vectorial en coordenadas}\\ (x, y) = (p_1, p_2) + \lambda(v_1, v_2)\end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuaciones paramétricas}\\ \left\{\begin{array}{l} x = p_1 + \lambda v_1 \\ y = p_2 + \lambda v_2 \end{array}\right.\end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación continua}\\ \frac{x-p_1}{v_1} = \frac{y-p_2}{v_2}\end{array}}$$

Notaremos $m = \frac{v_2}{v_1}$ y lo llamaremos **pendiente**

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación punto-pendiente}\\ y-p_2=m\,(x-p_1)\end{array}}$$

Llamamos $A=v_2$, $B=-v_1$, y $C=-v_2p_1+v_1p_2$.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación general o implícita}\\ Ax+By+C=0\end{array}}$$

Notaremos $n=\frac{-C}{B}$ y la llamaremos **ordenada en el origen**.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación explícita}\\ y=mx+n\end{array}}$$

Para calcular el corte de una recta con el eje OX, se hace $y=0$ y se tiene en cuenta, por ejemplo,la ecuación explícita de la recta, igualando ambas igualdades.

Para calcular el corte de una recta con el eje OY, se hace $x=0$ y se tiene en cuenta, por ejemplo, la ecuación explícita de la recta.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ecuación segmentaria}\\ \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \text{ donde } \left\{\begin{array}{l} A\,(a,0)\ \text{ es el punto de corte con el eje } OX\\ B\,(0,b)\ \text{ es el punto de corte con el eje } OY\end{array}\right.\end{array}}$$

Posiciones relativas de dos rectas en el plano

Consideramos las rectas

$$r : \left\{ \begin{array}{c} y = mx + n \text{ (Ec. explícita)} \\ Ax + By + C = 0 \text{ (Ec. general)} \end{array} \right.$$

$$r' : \left\{ \begin{array}{c} y = m'x + n' \text{ (Ec. explícita)} \\ A'x + B'y + C' = 0 \text{ (Ec. general)} \end{array} \right.$$

Entonces, se tienen las siguientes posiciones relativas:

r y r' secantes	$m \neq m'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
r y r' paralelas	$m = m'$, $n \neq n'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
r y r' coincidentes	$m = m'$, $n = n'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

Conviene tener en cuenta, para no liarse con la tabla anterior, que:

Dos rectas son secantes si sólo tienen un punto común

Dos rectas son paralelas si no tienen ningún punto común

Dos rectas son coincidentes si tienen todos los puntos comunes