

CLASIFICACIÓN DE LAS AFINIDADES EN DIMENSIONES 1 y 2

Sea K un cuerpo conmutativo, A un espacio afín sobre el espacio vectorial $V(K)$, $F = \{p \in A : f(p) = p\}$ y $f \in G(A) = \{\text{grupo de afinidades de } A\}$.

dim A	$G(A)$	Invariantes			
1	Traslación afín Homotecia afín Identidad	<ul style="list-style-type: none"> • No fija ningún punto • Fija un único punto (su centro) • Fija todos los puntos 			
dim A	dim F	vv.pp. de \vec{f} o \vec{f}	$G(A)$	Invariantes	
2	-1	Id_V	Traslación afín ($\neq Id_A$)	<ul style="list-style-type: none"> • Un haz rectas afines paralelas fijas 	
		1 (multiplicidad = 1)	Traslación afín * Homología general	<ul style="list-style-type: none"> • Una recta afín fija (eje de la homología) • Un haz rectas afines paralelas fijas 	
			Traslación afín * Homología especial	<ul style="list-style-type: none"> • Un punto fijo • Dos únicas rectas afines independientes 	
	0	$\lambda, \mu ; \lambda \neq 0, 1 \neq \mu$			
		$\lambda \neq 0, 1 \begin{cases} \text{multiplicidad} = 2 \\ \text{multiplicidad} = 1 \end{cases}$	Homotecia afín de razón λ y centro a	<ul style="list-style-type: none"> • Todas las rectas afines que pasan por a • $R = a + \langle u \rangle$ con $u = v.p$ de λ 	
			No tiene	Giro	<ul style="list-style-type: none"> • No fija nada
		1	$1, v ; v \neq 0, 1$	Homología general de eje F y razón $\lambda \neq 0$ con respecto a la dirección v	<ul style="list-style-type: none"> • Una recta afín de puntos fijos • Un haz de rectas afines paralelas con igual dirección
	1		Homología especial con eje F	<ul style="list-style-type: none"> • Una recta afín de puntos fijos • Un haz de rectas afines paralelas con igual dirección 	

- Las homologías generales restringidas a las rectas del haz (fijo) son las homotecias de centro el punto fijo (de corte de F y una recta paralela a la dirección de v)
- Las traslaciones afines dejan fijas las rectas afines que tienen la dirección del vector de la traslación.
- Las homotecias afines dejan fijas las rectas afines que pasan por su centro.
- Las simetrías afines son homologías generales de razón -1 .